N° d'ordre

# THÈSE

présentée à

## L'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE DE GRENOBLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR - INGÉNIEUR

par

**Juan Manuel NAVARRO PINEDA**

Ingénieur en Génie Civil
de l'Institut Polytechnique National de Mexico
(E.S.I.A.)

SUJET

# Etude du passage de la houle sur un écran vertical mince immergé

Soutenue le 30 Mai 1972 devant la Commission d'Examen

| | |
|---|---|
| M. J. KRAVTCHENKO | Président |
| M. L. SANTON<br>M. C. MARCOU | Examinateurs |
| M. J.P. GERMAIN | Rapporteur |

GRENOBLE

N° d'ordre

# THÈSE

présentée à

## L'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE DE GRENOBLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR - INGÉNIEUR

par

**Juan Manuel NAVARRO PINEDA**

Ingénieur en Génie Civil
de l'Institut Polytechnique National de Mexico
(E.S.I.A.)

SUJET

# Etude du passage de la houle sur un écran vertical mince immergé

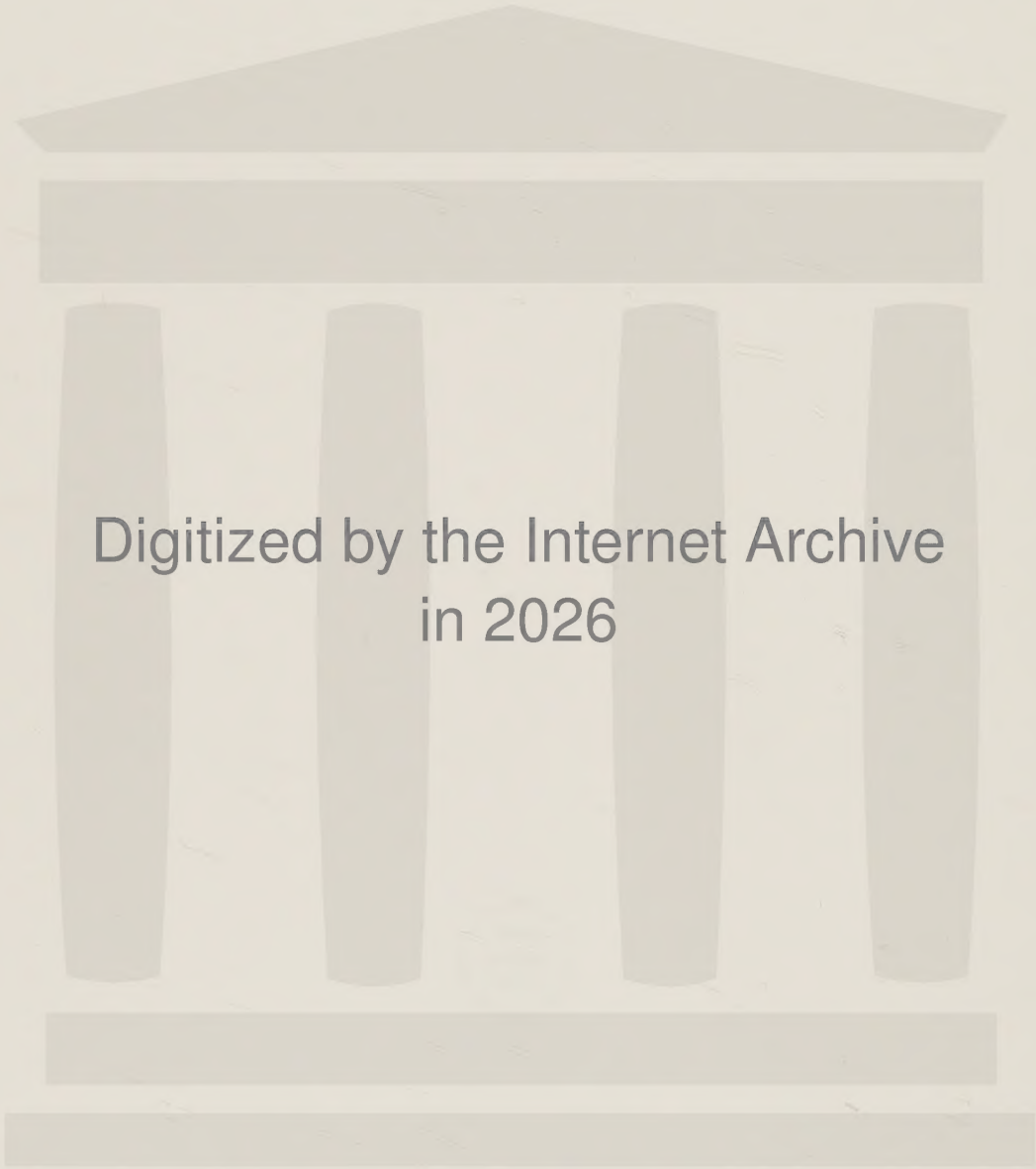
Soutenue le 30 Mai 1972 devant la Commission d'Examen

| | |
|---|---|
| M. J. KRAVTCHENKO | Président |
| M. L. SANTON<br>M. C. MARCOU | Examinateurs |
| M. J.P. GERMAIN | Rapporteur |

GRENOBLE

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

*A ma femme*


Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41544309_0043

## *A V A N T - P R O P O S*

*Les recherches dont il est rendu compte dans ce mémoire ont été poursuivies à l'Institut de Mécanique de l'Université Scientifique et Médicale de Grenoble d'Octobre 1968 à Mai 1972.*

*J'exprime ma déférente gratitude à Monsieur le Professeur KRAVTCHENKO qui m'a accueilli au Groupe Hydrodynamique, dans l'équipe "Houle" et qui m'a fait l'honneur de présider le Jury de ma thèse.*

*Ensuite je voudrais exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur le Professeur SANTON dont l'enseignement, préparatoire au D.E.A. de Mécanique, a complété ma formation d'Ingénieur et de Chercheur.*

*Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur le Professeur GERMAIN qui a eu la responsabilité effective de la partie théorique de mon travail ; il n'a cessé de me prodiguer ses conseils. Grâce à ses directives, j'ai pu, en particulier, résoudre un certain nombre de difficultés mathématiques. En songeant à l'accueil réconfortant que Madame GERMAIN avait bien voulu me réserver à son foyer, je la prie de bien vouloir agréer, avec l'expression de ma gratitude, mes respectueux hommages.*

*Je dois exprimer ma très vive reconnaissance à Monsieur MARCOU, Docteur ès Sciences, qui a assumé la responsabilité de la partie expérimentale de mon travail ; les multiples conseils et encouragements qu'il n'a cessé de me prodiguer tout au long de ma recherche m'ont permis de mener à bonne fin cette étude. J'ai profité de sa longue expérience et de sa compétence en matière d'ondes de gravité à toutes les étapes de ce travail ; j'ai pu utiliser le canal à houle du Laboratoire et les appareils de mesure qui l'équipent. Cette installation, exceptionnelle quant à ses*

*performances, a été mise au point par M. MARCOU. Je ne peux ne pas mentionner l'une des versions de l'enregistreur de houle SANTON et MARCOU (S.M.) qui s'est révélé d'une grande précision. Enfin aux heures pénibles de la rédaction, M. MARCOU m'a apporté son concours décisif sans ménager ni son temps ni sa peine.*

*M. Michel KWIATKOWSKI et M. Stanislas KWIATKOWSKI m'ont apporté en toute circonstance une aide constante et précieuse pendant toute la durée de mon séjour au Laboratoire et cela avec leur efficacité et bonne humeur coutumières.*

*J'exprime à Mme MAILLOT toute ma reconnaissance d'avoir bien voulu accepter la dure et délicate tâche de la dactylographie de mon manuscrit.*

*J'adresse mes remerciements à M. BRAULT, Chef du Service de Reprographie et à son équipe, leur concours a assuré une présentation très soignée de ce mémoire.*

*Au moment où s'achève mon séjour au Laboratoire, je songe avec mélancolie à l'ambiance de chaude camaraderie et sécurité que mes amis et tout particulièrement MM. CLERMONT, PETKOVIC, MARTINS avaient su créer et entretenir autour de moi.*

*Enfin, je dois dire que l'idée de ce séjour fructueux en France a été largement favorisée par la confiance et les encouragements amicaux de Messieurs les Professeurs FLORES, CERVANTES et CASTRO de l'I.P.N. de Mexico que je remercie.*

*Matériellement, c'est grâce à une bourse du Gouvernement Français, au titre de la Coopération Technique, que j'ai pu venir en France, et je prie Mme PHILIBERT, Directrice du Bureau d'Accueil du C.R.O.U.S., de bien vouloir agréer, avec mes respectueux hommages, l'expression de ma vive gratitude pour son concours.*

---

## SOMMAIRE

CHAPITRE I. THEORIES.

I. POSITION DU PROBLEME ..... 1

1. Schéma théorique ..... 1

2. Equations générales du mouvement ..... 2

2.1. Equation cinématique traduisant l'incompressibilité du liquide 2

2.2. Equation dynamique traduisant le principe fondamental de la dynamique ..... 2

2.3. Conditions aux limites ..... 3

3. Cas irrotationnel ..... 3

4. Problème linéarisé ..... 4

II. METHODE DES FONCTIONS PROPRES ..... 7

1. Considérations générales ..... 7

2. Etude du problème ..... 10

3. Résultats ..... 12

III. METHODE DES PUISSANCES TRANSMISES ..... 14

IV. METHODE DES FONCTIONS ANALYTIQUES D'UNE VARIABLE COMPLEXE ..... 17

1. Problème ..... 17

2. Résultats ..... 18

BIBLIOGRAPHIE ..... 22

CHAPITRE II. ESSAIS.

I. RELATIONS ENTRE LE SCHEMA THEORIQUE ET LE SCHEMA EXPERIMENTAL ..... 23

1. Principe de calcul de R , $\varphi_r$ , T , $\varphi_t$ ..... 23

II. INSTALLATIONS D'EXPERIENCES ET DE MESURES ..... 32

1. Canal à houle ..... 32

2. Batteur à houle ..... 32

3. Plage d'amortissement ..... 34

4. Enregistreur S.M. de profils de surface libre ..... 34

5. Limnimètre électrique à compteurs ..... 36

6. Périodemètre électronique ..... 36

7. Obstacle étudié : écran vertical mince ..... 37

III. TECHNIQUES DE MESURES, DE DEPOUILLEMENTS ET DE CALCULS ..... 40

1. Enregistrement S.M. en trois points. Méthode des moindres carrés .... 41

2. Mesures d'amplitudes par exploration limnimétrique de la surface libre (Méthode des noeuds et ventres) ..... 44

IV. DEFINITION ET JUSTIFICATION DES GAMMES DE VARIATION DES PARAMETRES ..... 51

BIBLIOGRAPHIE ..... 55

CHAPITRE III. RESULTATS.

I. ENSEMBLE NUMERIQUE DES RESULTATS ..... 57

1. Spectres comparés des houles ..... 57

2. Influence de l'écran sur la longueur d'onde ..... 64

3. Influence de la réflexion de la plage amortisseuse ..... 69

4. Méthodes de mesure ..... 72

II. COMPARAISON DES RESULTATS THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX ..... 79

1. Choix et justification des abaques théoriques ..... 79

1.1. Diagrammes R( $2\pi h/\lambda$ ) DEAN, WIEGEL ..... 80

1.2. Diagrammes T( $2\pi h/\lambda$ ) DEAN, WIEGEL ..... 82
1.3. Diagrammes R( $2\pi h/\lambda$ ) DEAN, MEI et BLACK ..... 84
1.4. Diagrammes R( D/H) DEAN, WIEGEL ..... 86
1.5. Diagrammes T( D/H) DEAN, WIEGEL ..... 86

2. Résultats expérimentaux ..... 89
2.1. Diagrammes R( $2\pi h/\lambda$ ), T( $2\pi h/\lambda$) DEAN, WIEGEL ..... 89
2.1.1. Diagrammes R( $2\pi h/\lambda$ ), T( $2\pi h/\lambda$ ) pour D/H = 0.181 89
2.1.2. Diagrammes R( $2\pi h/\lambda$ ), T( $2\pi h/\lambda$ ) pour D/H = 0.363 91
2.1.3. Diagrammes R( $2\pi h/\lambda$ ), T( $2\pi h/\lambda$ ) pour D/H = 0.545 91
2.1.4. Diagrammes R( $2\pi h/\lambda$ ), T( $2\pi h/\lambda$) pour D/H = 0.727 93
2.1.5. Diagrammes R( $2\pi h/\lambda$ ), T( $2\pi h/\lambda$ ) pour D/H = 0.909 96
2.2. Méthode particulière appliquée en profondeur relative (H/ = 0.066) 99
2.3. Diagrammes R( $2\pi h/\lambda$ ) DEAN, MEI et BLACK pour H/$\lambda$ = 0.066 103
2.4. Diagrammes R( $2\pi h/\lambda$ ) DEAN, MEI et BLACK pour H/$\lambda$ = 0.038 105
2.5. Diagrammes R(D/H) DEAN, WIEGEL ..... 109
2.6. Diagrammes T(D/H) DEAN, WIEGEL ..... 109

III. SYNTHESE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ..... 110

1. Diagrammes R( $\gamma$ ) paramétrés en D/H ..... 110

2. Diagrammes R(D/H) paramétrés en H/$\lambda$ ..... 122

3. Diagrammes R(D/H) paramétrés en $\gamma$ ..... 122

4. Diagrammes T( $\gamma$ ) paramétrés en D/H ..... 123

IV. PERTES D'ENERGIE ..... 131

V. CONCLUSION ..... 137

BIBLIOGRAPHIE ..... 139

## NOTATIONS PRINCIPALES

| | | |
|---|---|---|
| $A_{oo}$ , $A_{1e}$ | : | Amplitude de l'onde émise. |
| $A_{1o}$ , $A_{1r}$ | : | Amplitude de l'onde réfléchie par l'écran. |
| $A_{o1}$ , $A_{2T}$ | : | Amplitude de l'onde transmise par l'écran. |
| $A_{11}$ | : | Amplitude de l'onde réfléchie par la plage. |
| A | : | Petit Paramètre. |
| $B_{np}$ | : | Représentation complexe des coefficients de Fourier obtenus par l'analyse harmonique pour l'harmonique n à la position p. |
| b | : | Largeur du canal. |
| C | : | Coefficient de réflexion. |
| c | : | Longueur de la circonférence du cylindre enregistreur. |
| D | : | Hauteur de l'écran vertical. |
| $\mathcal{D}$ | : | Domaine liquide. |
| d | : | Distance entre les pointes enregistreuses au S.M. |
| g | : | Accélération de la pesanteur. |

| | | |
|---|---|---|
| $H$ | : | Profondeur d'eau au repos. |
| $h$ | : | Ordonnée du sommet de l'écran. |
| $I_m$ | : | Partie imaginaire d'une fonction complexe. |
| $k$ | : | Paramètre de l'onde défini par $2\pi/\lambda$ . |
| $\ell$ | : | Largeur de l'écran vertical. |
| $m$ | : | Paramètre défini par $2\pi h/\lambda$ . |
| $n$ | : | Rang de l'harmonique de période $\frac{\sigma_1}{n}$ . |
| $p$ | : | Pression. |
| $R$ | : | Coefficient de réflexion (écran). |
| $R_{TH}$ | : | Coefficient de réflexion (Méthode particulière). |
| $R_p$ | : | Coefficient de réflexion (plage terminale). |
| $R_e$ | : | Partie réelle d'une fonction complexe. |
| $S$ | : | Surface libre du liquide. |
| $T$ | : | Coefficient de transmission (écran). |
| $T_{TH}$ | : | Coefficient de transmission (Méthode particulière). |
| $t$ | : | Temps. |
| $u$ | : | Vitesse horizontale. |
| $v$ | : | Vitesse verticale. |
| $\overrightarrow{V}$ | : | Vitesse. |
| $x$ | : | Coordonnée horizontale. |

| | | |
|---|---|---|
| $y$ | : | Coordonnée verticale. |
| $Z$ | : | Variable complexe. |
| $Z_{np}$ | : | Amplitude de l'onde incidente de rang $n$ à la position $p$. |
| $z_{np}$ | : | Amplitude de l'onde réfléchie de rang $n$ à la position $p$. |
| $H/\lambda$ | : | Profondeur relative. |
| $D/H$ | : | Hauteur relative de l'écran. |
| $H/h$ | : | Immersion relative de l'écran. |
| $\gamma$ | : | Cambrure de l'onde définie par $2\,A_{oo}/\lambda$ . |
| $\gamma_o$ | : | Cambrure de l'onde en profondeur infinie. |
| $\gamma_c$ | : | Cambrure critique (Miche). |
| $\vec{\Gamma}$ | : | Accélération. |
| $\tau$ | : | Période de l'onde définie par $2\pi/\sigma$ . |
| $\sigma$ | : | Fréquence angulaire de l'onde. |
| $\eta$ | : | Ordonnée de la surface libre. |
| $\lambda$ | : | Longueur d'onde (Airy). |
| $\rho$ | : | Masse volumique. |
| $\Delta V$ | : | Amplitude maxima de l'onde (ventre). |
| $\Delta N$ | : | Amplitude minima de l'onde (noeud). |
| $\Delta E$ | : | Pertes d'énergie. |
| $\varphi, \psi, \chi$ | : | Fonctions propres. |

$\varphi$ : Potentiel de vitesse.

$\varphi_{10}, \varphi_{01}, \varphi_{11}$ : Phases des ondes.

$\varphi_r$ : Déphasage de réflexion.

$\varphi_T$ : Déphasage de transmission.

# INTRODUCTION

Les problèmes que pose le franchissement d'un obstacle par une houle en canal de profondeur uniforme ou variable, ont donné lieu à un certain nombre d'études théoriques et expérimentales dans différents pays et à notre Laboratoire ; les résultats en l'occurrence avaient été obtenus à partir des équations linéaires du mouvement. Ils concernaient le coefficient de réflexion $R$ de l'obstacle et le coefficient de transmission $T$ de l'obstacle.

Les cas qui avaient été abordés au Laboratoire étaient ceux des obstacles en forme de seuil parallélépipédique rectangle immergé de longueur finie ou semi-infinie ; il s'agira dans notre étude du cas de l'écran vertical mince immergé.

Ce cas particulier a été abordé théoriquement de différentes manières sans être pour autant résolu complètement, et de nombreuses difficultés mathématiques n'ont pu être surmontées jusqu'à présent. Par ailleurs, il n'existe pratiquement pas d'étude expérimentale systématique sur cette question. C'est pourquoi notre étude, qui concerne l'écran vertical considéré comme cas limite du seuil parallélépipédique rectangle est en grande partie expérimentale et concerne tout particulièrement le point de vue de l'évolution de la surface libre dans les parties amont et aval du canal d'essais par rapport à l'écran placé dans la partie moyenne. De plus, le souci d'éviter l'influence des termes d'ordre supérieur au premier nous a conduit à utiliser des houles dont la cambrure est en général inférieure à 0.05.

Les coefficients $R$ et $T$ qui caractérisent l'influence de l'écran sur la propagation de la houle, doivent théoriquement vérifier la relation $R^2 + T^2 = 1$.

Dans la réalité, le franchissement de l'obstacle par la houle se fait avec

une certaine dissipation d'énergie, de sorte que la relation précédente doit être modifiée et prendre la forme $R^2 + T^2 = K_E$ avec $K_E < 1$.

L'interprétation des expériences réalisées a été faite à l'aide des théories de DEAN, de DMITRIEV, de WIEGEL et de MEI et BLACK et on a essayé de déterminer les limites de validité de chacune d'elles.

Le présent mémoire est divisé en trois parties :

Dans la première, nous exposons les aspects théoriques du problème en rappelant brièvement à cette occasion les travaux théoriques connus.

La deuxième partie est consacrée à la description des installations expérimentales, des appareils de mesure, des techniques de dépouillement et de calculs et enfin à quelques considérations justificatives des gammes de variation des différents paramètres.

La troisième et dernière partie consacrée aux résultats donnés sous forme de tableaux et de courbes commentés, permet de donner un certain nombre de conclusions caractérisant le rôle d'un écran vertical mince immergé dans la houle.

# CHAPITRE I

## THEORIES

### I. POSITION DU PROBLEME.

#### 1. Schéma théorique.

L'objet du présent mémoire est l'étude des perturbations apportées aux mouvements d'un liquide occupant un canal de section rectangulaire à fond horizontal, par la présence d'un écran fixe, vertical, totalement immergé et raccordé au fond de ce canal.

Le dispositif expérimental que nous utilisons comprend un canal rempli d'eau, de longueur évidemment finie, muni à l'une de ses extrémités d'un batteur engendrant les ondes, à l'autre extrémité, d'une plage et dans la partie moyenne l'écran perturbateur. Au dessus de la surface libre de l'eau, se trouve de l'air à la pression atmosphérique.

La théorie du problème ainsi posée est extrêmement complexe et il est utile de traiter auparavant un problème plus simple.

Ce nouveau problème est un problème plan.

Dans un plan vertical, nous considérons un canal fixe infini à fond horizontal et lié à ce fond, un écran vertical. Le liquide supposé parfait qui remplit ce canal est en mouvement. Nous imposons qu'à l'une des extrémités du canal qualifiée d'extrémité amont, ce mouvement est la résultante d'une onde progressive se propageant vers l'écran et appelée onde émise et d'une onde progressive se propageant en sens inverse et appelée onde réfléchie ; à l'autre extrémité dite extrémité aval, seule se propage une onde progressive venant de l'écran et appelée onde transmise. En outre la pression régnant à la surface libre du liquide est constante et le fond

du canal et l'écran sont imperméables.

Nous recherchons les relations existant entre les caractéristiques des ondes émises, réfléchies et transmises.

Le repère fixe de référence $Oxy$ est orthonormé. La verticale ascendante $Oy$ contient l'écran. L'axe $Ox$ horizontal coïncide avec le plan de niveau moyen de la surface libre, et est orienté de façon à ce que l'extrémité amont ait une abscisse négative.

On note :

$x$ , $y$ les coordonnées d'un point du plan $Oxy$ et $t$ le temps, $u(x, y, t)$ , $v(x, y, t)$ les composantes de la vitesse $\vec{V}(x, y, t)$ de la particule du fluide qui se trouve à l'instant $t$ au point de coordonnées $(x, y)$ , $\vec{\Gamma}(x, y, t)$ son accélération et $p(x, y, t)$ la pression qui règne en ce point.

$g$ la mesure de l'accélération de la pesanteur.

- $h$ l'ordonnée du sommet de l'écran.
- $H$ l'ordonnée du fond $(0 < h < H)$.

$\rho$ la masse volumique constante du liquide.

S la surface libre du liquide d'équation $y = \eta(x, t)$ a priori inconnu.

## 2. Equations générales du mouvement.

Les inconnues du problème $u(x, y, t)$, $v(x, y, t)$ et $p(x, y, t)$ doivent satisfaire aux équations suivantes :

Dans la masse $(-H \leq y \leq \eta(x, t))$

### 2.1. Equation cinématique traduisant l'incompressibilité du liquide :

I) $\mathrm{Div}\, V = 0$

ou encore $$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

### 2.2. Equation dynamique traduisant le principe fondamental de la dynamique :

II) $$\vec{\Gamma} = -g\vec{j} - \frac{1}{\rho}\overrightarrow{\mathrm{grad}\, p}$$

ou encore par projection sur les axes :

$$II_1) \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$II_2) \quad \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

Suivant Helmholtz, nous pouvons transformer ces deux dernières équations en :

$$II'_1) \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial x} + v\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$II'_2) \quad \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial y} + v\frac{\partial v}{\partial y} - u\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right) = -g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$$

Ce qui, sous forme vectorielle, peut s'écrire :

$$II') \quad \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (rot\,\vec{V}) \wedge \vec{V} = grad\left(-\frac{\vec{V}^2}{2} - gy - \frac{p}{\rho}\right)$$

Nous pouvons alors éliminer la pression compte tenu de ce que rot grad $\equiv$ 0. Donc :

$$II'') \quad \frac{\partial}{\partial t} rot\,\vec{V} + rot\left(rot\,\vec{V} \wedge \vec{V}\right) = 0$$

2.3. Conditions aux limites :

a) Les conditions aux extrémités amont et aval déjà exposées.

b) Imperméabilité du fond du canal et de l'écran.

c) Pression constante et imperméabilité à la surface libre.

## 3. Cas irrotationnel.

Remarquons que la condition II' est vérifiée si

II''') $\overrightarrow{rot}\,\vec{V} = 0$

Si nous remplaçons II") par II"') nous restreignons la généralité du problème et nous nous limitons aux seuls mouvements irrotationnels. Pour notre étude, cette restriction peut être justifiée ; en effet à l'instant initial dans nos expériences, le liquide est au repos, donc $\overrightarrow{rot}\,\vec{V} \equiv 0$. Le mouvement est engendré par le batteur et lorsque le régime est établi en vertu du théorème de Lagrange, nous devons avoir $\overrightarrow{rot}\,\vec{V} \equiv 0$.

Mais alors I) et II"') entraînent l'existence d'un potentiel des vitesses $\varphi(x, y, t)$ tel que

$$\vec{V} = \overrightarrow{grad}\,\varphi(x, y, t)$$

ou encore $$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad ; \quad v = \frac{\partial v}{\partial y}$$

et $\varphi(x, y, t)$ est une fonction harmonique de $x$ et $y$ dans le domaine occupé par le fluide.

Remarquons que d'après II')

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = \overrightarrow{grad}\,\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \overrightarrow{grad}\left(-\frac{V^2}{2} - gy - \frac{p}{\rho}\right)$$

Donc

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{V^2}{2} - gy - \frac{p}{\rho} + C(t)$$

où $C(t)$ est une fonction arbitraire de $t$ et en particulier puisqu'à la surface libre $p$ = cte, il vient par un choix convenable de $C(t)$

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{V^2}{2} - gy\right)_{y=\eta}$$

4. Problème linéarisé.

Le problème à résoudre est encore trop difficile. Nous rencontrons là les difficultés classiques de la théorie des ondes de gravité : le domaine occupé par le fluide à l'instant $t$ est a priori inconnu ; la condition à la surface libre

n'est pas linéaire.

Toutefois le repos est une solution particulière. Celle-ci correspond au choix suivant de $\varphi$ (x, y, t).

$$\varphi(x,y,t) = \varphi_0 \equiv 0 \; ; \quad u = u_0 = 0 \; ; \quad v = v_0 = 0$$

La surface libre est alors l'axe Ox .

Nous supposons les mouvements étudiés voisins de cette situation particulière ou plus précisément que le potentiel des vitesses est développable en série entière convergente par rapport à un petit paramètre A de façon à ce que :

$$\varphi(x,y,t) = \varphi_0(x,y,t) + A\varphi_1(x,y,t) + A^2\varphi_2(x,y,t) + \cdots$$

ce qui entraîne

$$u(x,y,t) = A u_1 + A^2 u_2 + \cdots\cdots$$

$$v(x,y,t) = A v_1 + A^2 v_2 + \cdots\cdots$$

où $\quad u_1 = \dfrac{\partial \varphi_1}{\partial x} \quad ; \quad v_1 = \dfrac{\partial \varphi_1}{\partial y}$

Les équations du problème étant évidemment vérifiées par l'approximation d'ordre zéro, nous allons étudier l'approximation d'ordre un.

Les équations dans la masse seront vérifiées si

$$\Delta \varphi_1 = 0$$

Pour satisfaire les conditions aux limites, nous devons avoir :

sur le fond (y = - H)

$$v_1 = \left.\frac{\partial \varphi_1}{\partial y}\right)_{y=-H} = 0$$

sur l'écran (x = 0 ; $-H \leq y \leq -h$)

$$u_1 = \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} = 0$$

A la surface libre ($y = \eta(x, t)$), après dérivation par rapport à $t$ et en ne gardant que les termes de premier ordre

$$\left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} = -g \frac{\partial Y}{\partial t}\right)_{Y=\eta}$$

Compte tenu de l'imperméabilité de la surface libre, nous aurons :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = v\Big)_{Y=\eta} = \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial Y}\right)_{\eta}$$

En outre $\eta$ étant de la forme :

$$\eta = \eta_0 + A\eta_1 + \cdots\cdots = 0 + A\eta_1 + \cdots\cdots$$

Donc, modulo des termes qui sont au moins du premier ordre par rapport à $A$, nous avons par application du théorème des accroissements finis :

$$\left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial Y}\right)_{\eta} \doteq \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial Y}\right)_{Y=0}$$

Finalement la condition à vérifier à la surface libre s'écrit

$$\left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} = -g \frac{\partial \varphi_1}{\partial Y}\right)_{Y=0}$$

Enfin $\varphi_1(x, y, t)$ devra vérifier les conditions aux extrémités du canal.

Ce problème a été abordé par de nombreuses voies que nous allons exposer maintenant.

## II. METHODE DES FONCTIONS PROPRES.

### 1. Considérations générales.

Dans le domaine $\mathcal{D}$ ($-H \leq y \leq 0$ ; $-\infty \leq x \leq +\infty$, $-\infty \leq t \leq +\infty$) cherchons une fonction $\Phi(x, y, t)$ vérifiant les conditions suivantes.

A l'intérieur de $\mathcal{D}$ :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0$$

Sur le fond ($y = -H$) :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0$$

Sur l'axe Ox :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0$$

Les autres conditions aux limites ne sont pas précisées pour le moment.

Etant donné la forme de $\mathcal{D}$ nous allons rechercher les fonctions propres de ce problème par la méthode de séparation des variables. Pour cela, posons :

$$\Phi(x,y,t) = \varphi(x) \cdot \psi(y) \cdot \chi(t)$$

où les fonctions $\varphi(x)$ , $\psi(y)$ et $\chi(t)$ non identiquement nulles ne sont fonctions respectivement que de x , y et t .

La condition à satisfaire dans la masse impose :

$$\varphi''(x) \cdot \psi(y) + \psi''(y) \varphi(x) \equiv 0$$

ou encore $\mu$ désignant une constante quelconque

$$\varphi''(x) = \mu \varphi(x) \quad ; \quad \psi''(y) = -\mu \psi(y)$$

La condition sur le fond entraîne :

$$\psi'(-H) = 0$$

Enfin sur l'axe Ox nous obtenons :

$$\chi''(t)\cdot\psi(0)+g\psi'(0)\cdot\chi(t)=0$$

Précisons que lors de nos expériences, nous opérons lorsque le régime est établi ; c'est-à-dire lorsque le mouvement du liquide est périodique de fréquence $\sigma$ égale à la fréquence imposée du batteur.

Donc :

$$\sigma^2=g\frac{\psi'(0)}{\psi(0)}$$

et :

$$\chi(t)=\alpha\cos\sigma t+\beta\sin\sigma t \qquad (\alpha \text{ et } \beta \text{ constantes})$$

Mais alors la fonction $\psi(y)$ non identiquement nulle doit satisfaire l'équation

$$\psi''(y)=-\mu\psi(y)$$

et les conditions aux limites suivantes :

$$\psi'(-H)=0 \quad ; \quad \sigma^2\psi(0)-g\psi'(0)=0$$

Recherchons les valeurs propres de ce problème de Sturm-Liouville.

La solution générale de l'équation est prise sous la forme

$$\psi(y)=A\cos\sqrt{\mu}(y+H)+B\sin\sqrt{\mu}(y+H)$$

Les conditions aux limites imposent :

$$\psi'(-H)=0 \Longrightarrow B=0$$

$$\sigma^2\psi(0)-g\psi'(0)=0 \Longrightarrow (\sigma^2\cos\sqrt{\mu}H-g\sqrt{\mu}\sin\sqrt{\mu}H)A=0$$

$A = 0$

Donc les valeurs propres sont les racines de l'équation transcendante

$$\frac{\sigma^2 H}{g} = \sqrt{\mu}\, H \operatorname{tg} \sqrt{\mu}\, H$$

ou encore en posant $\sqrt{\mu} = k$

$$\frac{\sigma^2 H}{g} = kH \operatorname{tg} kH$$

Cette équation admet une infinité de racines réelles deux à deux opposées. Les racines positives, indiciées par module croissant, seront notées $k_n$ ($n = 1, 2, \ldots$) et nous poserons $k - n = - k_n$.

A ces valeurs propres sont associées les fonctions propres

$$\psi_n(Y) = \psi_{-n}(Y) = \cos k_n (Y+H)$$

Outre les racines précédentes, notre équation n'admet que deux autres racines qui sont imaginaires pures et opposées et notées $ik_o$ et $ik_{-o}$ ($k_{-o} = - k_o$) où :

$$\frac{\sigma^2 H}{g} = k_o H \operatorname{tg} h k_o H$$

auxquelles sont associées les fonctions propres.

$$\psi_o(Y) = \psi_{-o}(Y) = \operatorname{ch} k_o (Y+H)$$

Notons que le système $\operatorname{ch} k_o(y + H)$, $\cos k_1(y + H)$, ...., $\cos k_n(y + H)$, est orthogonal sur $- H \leq y \leq 0$ et complet dans l'espace des fonctions à variations bornées sur cet intervalle.

Aux fonctions $\psi_n$ (y) sont associées les fonctions $\varphi_n$ (x) vérifiant

$$\varphi_n''(x) = k_n^2 \varphi_n(x)$$

soit si n = 1, 2, ....

$$\varphi_n(x) = \alpha_n e^{k_n x} + \beta_n e^{-k_n x} \qquad (\alpha_n ; \beta_n ; \text{ constantes})$$

et si n = 0

$$\varphi_o(x) = \alpha_o \cos k_o x + \beta_o \sin k_o x \qquad (\alpha_o ; \beta_o ; \text{ constantes})$$

D'où finalement le système de fonctions propres de notre problème est obtenu sous la forme :

$$\Phi_o(x,y,t) = (\alpha_o \cos k_o x + \beta_o \sin k_o x) \operatorname{ch} k_o (y+H)(\alpha \cos \sigma t + \beta \sin \sigma t)$$

où $k_o$ réel satisfait à $\frac{\sigma^2}{g} = k_o \operatorname{th} k_o H$ et pour n = 1, 2, ....

$$\Phi_n(x,y,t) = (\alpha_n e^{k_n x} + \beta_n e^{-k_n x}) \cos k_n (y+H)(\alpha \cos \sigma t + \beta \sin \sigma t)$$

où $k_n$ réel satisfait à $\frac{\sigma^2}{g} = k_n \operatorname{tg} k_n H$.

Remarquons que $\Phi_o$ (x, y, t) décrit des ondes périodiques dans l'espace et que $\Phi_n$ (x, y, t) ( n = 1, 2, ....) décrit des oscillations locales.

2. Etude du problème.

Dans la partie d'abscisse négative du domaine $\mathcal{D}$, le potentiel $\Phi$ (x, y, t) est recherché sous la forme $\Phi_I$ (x, y, t) équivalente à celle que nous venons de déterminer par un choix convenable de l'origine de temps.

$$\begin{aligned}\Phi_I(x,y,t) = {} & A_{1e} \operatorname{ch} k_o (y+H) \sin (k_o x + \sigma t) + \\ & A_{1r} \operatorname{ch} k_o (y+H) \sin (k_o x + \sigma t + \varphi_r) + \\ & \sum_1^\infty a_{1n} e^{k_n x} \cos k_n (y+H) \cos \sigma t + \\ & \sum_1^\infty b_{1n} e^{k_n x} \cos k_n (y+H) \sin \sigma t + \\ & \sum_1^\infty c_{1n} e^{-k_n x} \cos k_n (y+H) \cos \sigma t + \\ & \sum_1^\infty d_{1n} e^{-k_n x} \cos k_n (y+H) \sin \sigma t\end{aligned}$$

($A_{1e}$, $A_{1r}$, $\varphi_r$, $a_{1n}$, $b_{1n}$, $c_{1n}$, $d_{1n}$, constantes à déterminer).

Les conditions à la surface libre et sur le fond sont automatiquement vérifiées.

D'après nos hypothèses à l'infini amont, ne doivent subsister qu'une onde émise et une onde réfléchie, donc :

$$c_{1n} = d_{1n} = 0 \qquad n = 1, 2, \ldots.$$

De même dans la partie du domaine $\mathcal{D}$, d'abscisse positive compte tenu du fait qu'à l'infini aval ne subsiste qu'une onde transmise, le potentiel $\Phi$ (x, y, t) peut être représenté sous la forme $\Phi_{II}$ (x, y, t)

$$\Phi_{II}(x,y,t) = A_{2T}\, ch k_0 (y+H) \sin(k_0 x - \sigma t + \varphi_T) + \sum_{1}^{\infty} c_{2,n} e^{-k_n x} \cos k_n (y+H) \cos \sigma t + \sum_{1}^{\infty} d_{2,n} e^{-k_n x} \cos k_n (y+H) \sin \sigma t$$

Les seules conditions à vérifier sont les conditions au droit de l'écran. Là, sur l'axe Oy nous imposons :

L'imperméabilité de l'écran, soit :

$$\frac{\partial \Phi_I}{\partial x} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \Phi_{II}}{\partial x} = 0 \qquad -H \leq y \leq -h \; ; \; x = 0$$

au-dessus de l'écran, la continuité du champ de vitesses :

$$\frac{\partial \Phi_I}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_{II}}{\partial x} \; ; \quad \frac{\partial \Phi_I}{\partial y} = \frac{\partial \Phi_{II}}{\partial y} \qquad -h \leq y \leq 0 \; ; \; x = 0$$

Ces conditions peuvent être remplacées par les conditions équivalentes :

$$\frac{\partial \Phi_I}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_{II}}{\partial x} \qquad \text{à vérifier sur } -H \leq y \leq 0 \; ; \; x = 0$$

et

$$\frac{\partial \Phi_I}{\partial} = 0 \qquad \text{à vérifier sur } -H \leq y \leq h \; ; \; x = 0$$

$$\frac{\partial \Phi_I}{\partial y} = \frac{\partial \Phi_{II}}{\partial y} \qquad \text{à vérifier sur } -h \leq y \leq 0 \; ; \; x = 0$$

Compte tenu de ce que la première condition est vérifiée sur $-H \leq y \leq 0$ et que sur ce segment les fonctions $ch\, k_o (y + H)$, $\cos k_1 (y + H)$, $\cos k_2 (y + H)$, .... sont orthogonales, nous obtenons en identifiant terme à terme les coefficients de ces fonctions les relations suivantes :

$$A_{1e} + A_{1r} \cos \varphi_r = A_{2T} \cos \varphi_T$$

$$- A_{1r} \sin \varphi_r = A_{2T} \sin \varphi_T$$

$$a_{1n} = -c_{2,n} \qquad n = 1, 2 \ldots.$$

$$b_{1n} = -d_{2,n} \qquad n = 1, 2 \ldots.$$

Par contre, la réalisation des deux dernières conditions est beaucoup moins facile puisque le système de fonctions de $y$ utilisé n'est orthogonal ni sur $-h \leq y \leq 0$, ni sur $-H \leq y \leq -h$ hormis les cas triviaux $h = 0$ et $h = H$.

Nous démontrerons plus loin que la différence des flux moyens d'énergie à travers deux verticales fixes, l'une voisine de l'infini amont, l'autre de l'infini aval est proportionnelle à $A_{1e}^2 - A_{1r}^2 - A_{2T}^2$. Compte tenu de nos hypothèses cette différence doit être nulle. Donc des raisonnements énergétiques nous fournissent une équation supplémentaire

$$A_{1e}^2 - A_{1r}^2 - A_{2T}^2 = 0$$

d'où nous pouvons tirer par combinaison avec les relations précédemment démontrées.

$$\cos(\varphi_r + \varphi_T) = 0$$

$$\varphi_r + \varphi_T = \frac{\pi}{2} + K\pi$$

Dans la suite, nous appellerons coefficient de réflexion de l'écran et noterons $R$ le rapport $\frac{A_{1r}}{A_{1e}}$ ; de même le coefficient de transmission de l'écran, égal au rapport $A_{2T}/A_{1e}$ sera noté $T$ .

Théoriquement, nous aurons donc :

$$R^2 + T^2 = 1$$

3. Résultats.

La méthode que nous venons d'exposer a été employée par DMITRIEV [1] pour résoudre ce problème. Malheureusement cet auteur suppose que les ondes émises, réfléchies et transmises sont en phase au droit de l'écran, ce qui est impossible en vertu de la conclusion du paragraphe précédent. Le mémoire de DMITRIEV est erroné et ses résultats ne peuvent être utilisés pour une comparaison avec l'expérience.

Pour pouvoir calculer $A_{2T}$ et $A_{1r}$ en fonction de $A_{1e}$ il nous faudrait expliciter les relations traduisant les conditions que nous n'avons pas utilisées au droit de l'écran. Malheureusement à notre connaissance, il n'existe pas de solution explicite de ce problème qui se traduit par la résolution d'un système d'une

infinité d'équations à une infinité d'inconnues. La seule voie qui semble ouverte actuellement dans cette direction est celle du calcul numérique.

TAKANO [2] l'a utilisée pour l'étude d'un problème voisin ; le passage d'une houle sur un seuil horizontal rectangulaire. La convergence du procédé est extrêmement lente et il est par suite nécessaire d'utiliser des moyens extrêmement importants.

Récemment MEI et BLACK [3] prenant comme inconnue intermédiaire la distribution de $\phi$ au droit de l'écran, ont aussi obtenu un système linéaire d'une infinité d'équations à une infinité d'inconnues dont la résolution par voie numérique, au moins en ce qui concerne R , T , $\varphi_2$ et $\varphi_3$ est beaucoup plus simple. Les résultats de ces auteurs seront aussi confrontés à nos expériences.

## III. METHODE DES PUISSANCES TRANSMISES.

Considérons le domaine $\mathcal{D}$ limité par une verticale fixe ($x = x_1$) voisine de l'infini amont et une verticale fixe ($x = x_2$) voisine de l'infini aval. L'énergie ne peut rentrer dans ce domaine que par ces deux extrémités.

Le flux moyen d'énergie entrant dans le domaine par l'extrémité amont est égal à :

$$\frac{1}{\mathcal{T}} \int_0^{\mathcal{T}} \int_{-H}^{0} p \cdot u \cdot dt\, dy \Big)_{x=x_1}$$

où $\mathcal{T}$ désigne la période temporelle du mouvement.

Le flux moyen d'énergie sortant du domaine par l'extrémité aval est égal à :

$$\frac{1}{\mathcal{T}} \int_0^{\mathcal{T}} \int_{-H}^{0} p \cdot u \cdot dt\, dy \Big)_{x=x_2}$$

L'hypothèse de conservation de l'énergie que nous avons faite conduit à égaler ces deux flux moyens. Calculons les.

Nous avons vu que :

$$p = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \rho g y - \frac{V^2}{2}$$

relation qui, dans le cadre de la théorie linéarisée, se réduit à :

$$p = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \rho g y$$

D'autre part, loin de l'écran pour $x = x_1$ en vertu des résultats de II), nous pouvons écrire, négligeant les oscillations locales qui sont alors amorties :

$$\Phi_I(x, y, t) = A_{ie} \operatorname{ch} k_0 (y+H) \sin (k_0 x_1 - \sigma t) + A_{ir} \operatorname{ch} k_0 (y+H) \sin (k_0 x_1 + \sigma t + \varphi_r)$$

d'où l'expression du flux moyen d'énergie entrant dans le domaine.

$$\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau}\int_{-H}^{0} \rho\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t} - gy\right)\frac{\partial\varphi}{\partial x}\,dt\,dy$$

$$= \frac{\rho k_0 \sigma}{2}\left(A_{1e}^2 - A_{1r}^2\right)$$

De même pour le flux moyen sortant à travers la verticale ($x = x_2$) nous obtenons :

$$\frac{\rho k_0 \sigma}{2} A_{1T}^2$$

D'où la relation dont nous nous sommes servis précédemment et qui traduit la conservation de l'énergie

$$A_{1e}^2 - A_{1r}^2 = A_{1T}^2 \qquad \text{ou} \qquad R^2 + T^2 = 1$$

ou

Pour déterminer R et T , il nous manque une relation. WIEGEL [4] étudiant le passage en charge d'une houle sous un écran vertical fixe partiellement immergé, a pu l'obtenir moyennant une hypothèse complémentaire, non justifiée théoriquement, mais basée sur des considérations d'ordre physique. Cette hypothèse dans le cas du problème qui nous intéresse, revient à admettre que le flux moyen d'énergie d'une onde émise à l'infini amont et qui traverse la verticale fixe ($x = x_1$) est entièrement transmis pour la partie comprise entre $-h \leq y \leq 0$, et totalement réfléchi pour la partie comprise entre $-H \leq y \leq -h$.

Soit $\Phi_I(x, y, t)$ le potentiel de l'onde émise

$$\Phi_I(x,y,t) = A_{1e}\,ch\,k_0(y-H)\,\sin(k_0 x - \sigma t)$$

L'hypothèse de WIEGEL conduit aux relations complémentaires

$$R^2 = \frac{\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau}\int_{-H}^{-h} p.u\,dt\,dy}{\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau}\int_{-H}^{0} p.u\,dt\,dy} = \frac{\int_{-H}^{-h} ch^2 k_0(y+H)\,dy}{\int_{-H}^{0} ch^2 k_0(y+H)\,dy}$$

$$R^2 = \frac{2k_0(H-h) + \operatorname{sh} 2k_0(H-h)}{2k_0 H + \operatorname{sh} 2k_0 H}$$

$$T^2 = \frac{\int_0^{\tau}\int_{-h}^{0} p \cdot u \cdot dt\,dy}{\int_0^{\tau}\int_{-H}^{0} p \cdot u \cdot dt\,dy} = \frac{\int_{-h}^{0} \operatorname{ch}^2 k_0(y+H)\,dy}{\int_{-H}^{0} \operatorname{ch}^2 k_0(y+H)\,dy}$$

$$T^2 = \frac{2k_0 h + \sin 2k_0 H - \sinh 2k_0(H-h)}{2k_0 H + \sin 2k_0 H}$$

Les résultats de WIEGEL seront aussi comparés à nos expériences, mais on peut remarquer qu'a priori, ils sont du point de vue théorique assez peu justifiés.

## IV. METHODE DES FONCTIONS ANALYTIQUES D'UNE VARIABLE COMPLEXE.

### 1. Problème.

Compte tenu des résultats des paragraphes précédents, nous recherchons $\Phi(x, y, t)$ sous la forme suivante

$$\Phi(x,y,t) = \varphi(x,y)\, e^{i\sigma t}$$

où la fonction $\varphi(x, y)$ est indépendante de $t$ .

A l'intérieur du domaine $\mathcal{D}$ la fonction $\varphi(x, y)$ est astreinte à vérifier

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \Delta \varphi = 0$$

c'est-à-dire que $\varphi$ est une fonction harmonique et peut donc être considérée comme la partie réelle d'une fonction analytique $f(z)$ de la variable complexe $z = x + iy$.

Notons $\psi(x, y)$ la fonction harmonique conjuguée définie à une constante près.

Nous avons

$$f(z) = \varphi(x,y) + i\,\psi(x,y)$$

et les relations classiques

$$f'(z) = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - i\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial y} + i\frac{\partial \psi}{\partial x} = u - iv$$

Compte tenu de la mise en facteur des termes en $e^{i\sigma t}$ les conditions frontières imposées à la fonction $f(z)$ sont les suivantes :

A la surface libre ($y = 0$)

$$g\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \sigma^2 \varphi = 0$$

entraîne :

$$-\sigma^2 \mathrm{Re}\, f(z) - g\, \mathrm{Im}\, f'(z) = 0$$

Sur le fond horizontal ($y = -H$)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0$$

ou encore $\psi = c^{te} = 0$

Ce qui entraîne :

$$Im\, f(z) = 0$$

Sur l'écran ($-H \leq y \leq -h$ ; $x = 0$)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0$$

ou encore $\psi = 0$.

Donc :

$$Im\, f(z) = 0$$

La détermination de la fonction $f(z)$ conduit au problème suivant :

Trouver une fonction analytique $f(z)$ de la variable $z = x + iy$ dans la bande $-H \leq y \leq 0$, privée du segment ($-H \leq y \leq -h$ ; $x = 0$) vérifiant :

$$Re\left[ i g f'(z) - \sigma^2 f(z) \right] = 0 \qquad \text{sur l'axe Ox}$$

$$Im\left[ f(z) \right] = 0 \qquad \text{sur } y = 0$$

et sur $(-H \leq y \leq -h\ ;\ x = 0)$

La solution de ce problème sera précisée par la condition imposée à l'infini aval (absence d'onde réfléchie).

## 2. Résultats.

DEAN [5] a étudié le problème précédent dans le cas de la profondeur infinie. Il a obtenu les résultats suivants

$$f(Z) = e^{i\frac{mz}{h}} \int_{z_0}^{z} \frac{e^{-i\frac{m}{h}u}}{\sqrt{u^2+h^2}}\, du$$

m est un paramètre défini par $\frac{\sigma^2 h}{g} = \frac{2\pi h}{\lambda}$ .

L'affixe $z_o$ est déterminé de façon à ce que f(z) satisfasse les conditions à l'infini aval. L'étude asymptotique de f(z) au voisinage de (x = $+\infty$ ; y = 0) permet de calculer les coefficients de réflexion et de transmission par les expressions :

$$R = \frac{I_1}{\sqrt{I_1^2 + (M+I_2)^2}} \qquad T = \frac{M+I_2}{\sqrt{I_1^2 + (M+I_1)^2}}$$

où

$$I_1 = \int_0^\infty \frac{\cos\left(\frac{mu}{h}\right)}{\sqrt{u^2+h^2}}\, du = K_0(m)$$

$$I_2 = \int_0^\infty \frac{\sin\left(\frac{mu}{h}\right)}{\sqrt{u^2+h^2}}\, du = \frac{\pi}{2}\left[I_0(m) - L_0(m)\right]$$

$$M = \int_0^{'} \frac{e^{mu}}{\sqrt{1-u^2}}\, du = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\,\Gamma\left(\tfrac{1}{2}\right)\left[I_0(m) + L_0(m)\right]$$

où Io(m) , Ko(m) sont des fonctions Bessel définies par

$$I_0(m) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{m}{2}\right)^{2n}}{(n!)^2}$$

$$K_0(m) = -\log\frac{m}{2} I_0(m) + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m^{2n}}{2^{2n}(n!)^2}\,\psi(n+1)$$

$\psi$ étant la fonction $\psi$ d'Euler et Lo(m) la fonction de Struve définie par :

$$L_0(m) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{m}{2}\right)^{2n+1}}{\Gamma\left(m+\frac{3}{2}\right)\Gamma\left(m+\frac{3}{2}\right)}$$

A la limite quand m tend vers l'infini, c'est-à-dire quand $h \longrightarrow \infty$, les expressions ci-dessus nous montrent que $I_1$ et $I_2$ tendent vers zéro, tandis

que M tend vers l'infini, en accord avec le fait que lorsqu'il n'y a plus d'écran, le coefficient de réflexion est nul et le coefficient de transmission est égal à l'unité. Par contre, quand $\underline{m}$ et par suite $\underline{h}$ tendent vers zéro, $I_1 \rightarrow \infty$, tandis que M et $I_2$ tendent vers $\frac{\pi}{2}$, il en résulte que le coefficient de transmission devient nul et le coefficient de réflexion est égal à l'unité.

Pour les très faibles valeurs de $\underline{m}$, il est possible de faire un calcul approché des coefficients R et T. Dans ces conditions nous avons la valeur approchée des intégrales $I_1$, $I_2$, M.

$$I_1 = \log\left(\frac{2}{m}\right) - 0.577$$

$$I_2 = \frac{\pi}{2} \quad ; \quad M = \frac{\pi}{2} \qquad \text{Soit : } M + I_2 = \pi$$

La fig. 1 montre la variation des coefficients de réflexion et de transmission en fonction de $\underline{m}$, d'après le calcul approché (en pointillés) et le calcul exact (en traits continus).

Pour des valeurs de $\underline{m} \leq 0.25$, les deux solutions se confondent ; par contre au delà de cette limite, l'écart entre les courbes devient plus sensible surtout pour le coefficient de réflexion.

Dans le cas de la profondeur finie, nous connaissons les points où la fonction f(z) admet des singularités ; ce sont les images du sommet de l'écran après réflexion multiple sur l'axe Ox et sur le fond horizontal. Ces singularités sont d'ordre 1/2. Malheureusement pour déterminer la solution du problème, nous retombons sur la difficulté signalée par la méthode des fonctions propres : il faut résoudre un système d'infinité d'équations à une infinité d'inconnues.

Toutefois les formules établies dans le cas de la profondeur infinie ($H/\lambda \geq 0.5$) donnent une excellente approximation du cas de la profondeur finie, lorsque cette profondeur est relativement importante, c'est pourquoi nous confronterons les formules de DEAN aux résultats de nos expériences.

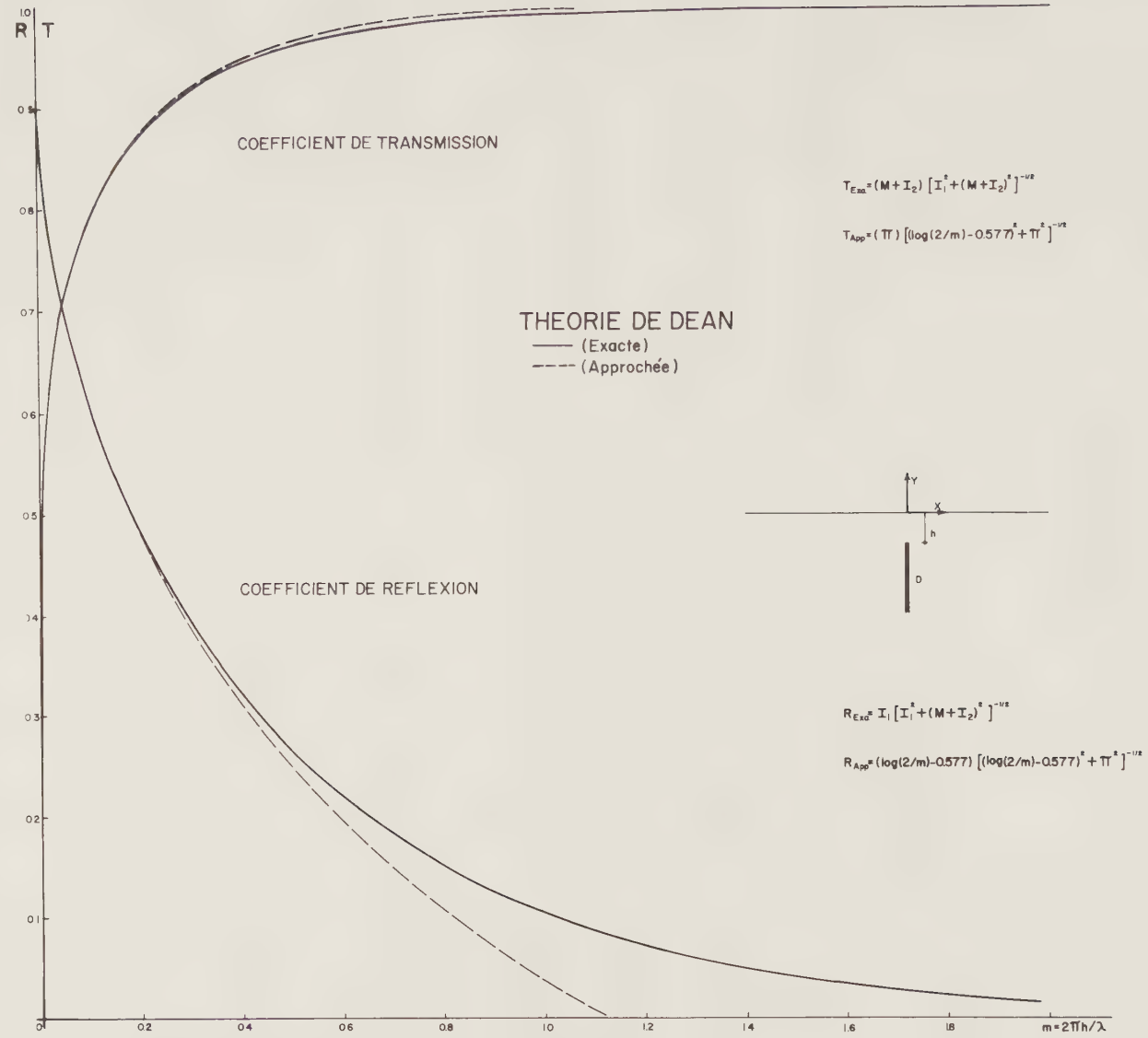

R T
COEFFICIENT DE TRANSMISSION
COEFFICIENT DE REFLEXION
THEORIE DE DEAN
(Exacte)
(Approchée)
$T_{Exa} = (M+I_2)\,[I_1^2+(M+I_2)^2]^{-1/2}$
$T_{App} = (\pi)\,[(\log(2/m)-0.577)^2+\pi^2]^{-1/2}$
$R_{Exa} = I_1\,[I_1^2+(M+I_2)^2]^{-1/2}$
$R_{App} = (\log(2/m)-0.577)\,[(\log(2/m)-0.577)^2+\pi^2]^{-1/2}$
Y
X
h
D
m = 2πh/λ

fig. 1

## BIBLIOGRAPHIE

[1] DMITRIEV, A.A. *Passage d'ondes planes au-dessus d'un mur noyé.* *Comptes-Rendus à l'Académie des Sciences d'U.R.S.S. (en russe), pp. 981-984 (1954).*

[2] TAKANO, K. *Effets d'un obstacle parallélépipédique sur la propagation de la houle.* *La Houille Blanche, N° 3, pp. 247-267 (1960).*

[3] MEI', C.C., BLACK, J.L. *Scattering of surface waves by rectangular obstacles in water of finite depth.* *J. Fluids Mechanics, Vol. 38, Part 3, pp. 499-511 (1969).*

[4] WIEGEL, R.L. *Transmission of waves past a rigid thin barrier.* *J. Waterways Harbors, Div. Proc. ASCE, 86, WW. 1, paper 2413 (1960).*

[5] DEAN, W.R. *On the reflexion of surface waves by a submerged plane barrier.* *Proc. Cambridge, Phil. Soc., Vol. 41, pp. 231-238 (1945).*

# CHAPITRE II

# ESSAIS

## I. RELATIONS ENTRE LE SCHEMA THEORIQUE ET LE SCHEMA EXPERIMENTAL.

### 1. Principe de calcul de R , $\varphi_r$ , T , $\varphi_T$ .

Une onde incidente de forme générale Ao sin(kx - $\sigma$t) venant de l'infini amont et se propageant à l'infini aval d'un canal prismatique de section rectangulaire à fond horizontal, aborde un obstacle immergé en forme d'écran mince vertical.

L'analyse du problème et l'adaptation qui en est faite sont illustrées par les 4 schémas de la fig. 2.

Il se produit : (a de la fig. 2)

1°) Un phénomène de réflexion par l'écran vertical immergé qui a pour expression générale

$$R A_o \sin(kx + \sigma t + \varphi_r)$$

2°) Un phénomène de transmission par le même écran, ayant pour expression générale

$$T A_o \sin(kx - \sigma t + \varphi_T)$$

On fait les hypothèses suivantes :

1°) Aucun phénomène n'est renvoyé de l'infini aval et il n'y a pas de réflexion sur le plan batteur.

2°) Les phénomènes parasites du type"oscillations locales" sont négligés.

Dans les expressions ci-dessus, on désigne par $R$ et $\varphi_r$ le coefficient de réflexion et le déphasage de réflexion de l'écran ; par $T$ et $\varphi_T$ le coefficient de transmission et le déphasage de transmission de ce même écran.

On admettra que $R$ , $\varphi_r$ , $T$ , $\varphi_T$ , dans le cadre de la théorie linéarisée ne dépendent que de la géométrie de l'obstacle (sa hauteur D), de la profondeur $H$ , de $\sigma = 2\pi/\zeta$ et du sens de propagation des ondes. En fait si l'obstacle est symétrique par rapport à la verticale, ce qui est le cas, le paramètre "sens de propagation" ne doit plus intervenir comme nous le verrons ci-dessous.

Dans la pratique expérimentale, l'infini aval se confond avec la plage d'amortissement et on a donné dans la partie b de la fig. 2, la représentation modifiée suivante des phénomènes. On distinguera :

Le compartiment amont avec :

1°) Une oscillation de la forme $A_{oo} \sin(kx - \sigma t)$ se propageant du batteur à l'écran.

2°) Une oscillation de la forme $A_{1o} \sin(kx + \sigma t + \varphi_{1o})$ se propageant de l'écran au batteur.

Le compartiment aval avec :

1°) Une oscillation de la forme $A_{o1} \sin(kx - \sigma t + \varphi_{o1})$ se propageant de l'écran à la plage d'amortissement.

2°) Une oscillation de la forme $A_{11} \sin(kx + \sigma t + \varphi_{11})$ se propageant de la plage vers l'écran.

On verra plus loin dans l'exposé sur la technique de calculs, comment par le dépouillement des profils enregistrés au S.M., la méthode des moindres carrés et par exploration limnimétrique (noeuds et ventres) de la surface libre, on peut obtenir les différentes grandeurs figurant dans ces expressions à savoir $A_{oo}$, $A_{1o}$, $\varphi_{1o}$ , $A_{o1}$ , $\varphi_{o1}$ , $A_{11}$ , $\varphi_{11}$ .

Ayant obtenu à l'aide des mesures et des calculs ces différents éléments, la question qui se pose alors est de les relier aux grandeurs qui nous intéressent en définitive, c'est-à-dire $R$ , $\varphi_r$ , $T$ , $\varphi_T$ , et dont on veut étudier la variation.

On va pour cela considérer le processus théorique suivant ( c de la fig. 2).

Une onde de la forme $\alpha_o \sin(kx + \sigma t + \varphi_o)$ en provenance de l'infini aval, atteint l'écran immergé et se réfléchit en partie suivant une onde de la forme $R \ \alpha_o \sin(kx - \sigma t + \varphi_o + \varphi_r)$ et transmet par dessus l'écran une onde de la forme $T \ \alpha_o \sin(kx + \sigma t + \varphi_o + \varphi_T)$.

Par superposition des schémas a et c et identification au schéma b on obtient les relations suivantes correspondant à la représentation de la partie d de la fig. 2.

En amont de l'écran on a :

$$A_{10} \sin(kx + \sigma t + \varphi_{10}) = R A_o \sin(kx + \sigma t + \varphi_r) + T \alpha_o \sin(kx + \sigma t + \varphi_o + \varphi_T)$$

$$A_{oo} \sin(kx - \sigma t) = A_o \sin(kx - \sigma t)$$

En aval de l'écran on a :

$$A_{01} \sin(kx - \sigma t + \varphi_{01}) = T A_o \sin(kx - \sigma t + \varphi_T) + R \alpha_o \sin(kx - \sigma t + \varphi_o + \varphi_r)$$

$$A_{11} \sin(kx + \sigma t + \varphi_{11}) = \alpha_o \sin(kx + \sigma t + \varphi_o)$$

Par identification des ondes, il vient immédiatement :

$$A_{oo} = A_o \quad ; \quad A_{11} = \alpha_o \quad ; \quad \varphi_{11} = \varphi_o$$

Choisissons les nouvelles inconnues $X_1$, $X_2$, $Y_1$, $Y_2$, définies par :

$$X_1 = R \cos\varphi_r \qquad Y_1 = T \cos\varphi_T$$

$$X_2 = R \sin\varphi_r \qquad Y_2 = T \sin\varphi_T \qquad \text{——— (I)}$$

En amont de l'écran, on aura alors :

$$A_{10}\left[\sin\varphi_{10}\cos(kx+\sigma t) + \cos\varphi_{10}\sin(kx+\sigma t)\right] = \sin(kx+\sigma t)\left[A_{oo}X_1 + A_{11}Y_1\cos\varphi_{11} - A_{11}Y_2\sin\varphi_{11}\right] + \cos(kx+\sigma t)\left[A_{oo}X_2 + A_{11}Y_1\sin\varphi_{11} + A_{11}Y_2\cos\varphi_{11}\right]$$

et en aval de l'écran :

$$A_{01}\left[\sin\varphi_{01}\cos(kx-\sigma t)+\cos\varphi_{01}\sin(kx-\sigma t)\right]=$$
$$\sin(kx-\sigma t)\left[A_{00}Y_1+A_{11}X_1\cos\varphi_{11}-X_2A_{11}\sin\varphi_{11}\right]$$
$$+\cos(kx-\sigma t)\left[A_{00}Y_2+A_{11}X_1\sin\varphi_{11}+X_2A_{11}\cos\varphi_{11}\right]$$

L'égalisation des coefficients correspondant dans les expressions ci-dessus amène au système linéaire suivant, où $X_1$ , $X_2$ , $Y_1$ , $Y_2$ sont les solutions :

$$A_{10}\cos\varphi_{10} = A_{00}X_1 + \cdots + A_{11}Y_1\cos\varphi_{11} - A_{11}Y_2\sin\varphi_{11}$$
$$A_{10}\sin\varphi_{10} = A_{00}X_2 + A_{11}Y_1\sin\varphi_{11} + A_{11}Y_2\cos\varphi_{11}$$
$$A_{01}\cos\varphi_{01} = A_{11}X_1\cos\varphi_{11} - A_{11}X_2\sin\varphi_{11} + A_{00}Y_1$$
$$A_{01}\sin\varphi_{01} = A_{11}X_1\sin\varphi_{11} + A_{11}X_2\cos\varphi_{11} + \cdots + A_{00}Y_2$$

En faisant le calcul pour obtenir le déterminant du système, on a :

$$\Delta = A_{00}^4 + A_{11}^4 + 2A_{11}^2A_{00}^2\left[\sin^2\varphi_{11} - \cos^2\varphi_{11}\right]$$

Les valeurs de $X_1$ , $X_2$ , $Y_1$ , $Y_2$ sont définies par :

$$X_1 = \frac{\Delta X_1}{\Delta} = \frac{1}{\Delta}\left\{\left[A_{00}^3A_{10}\cos\varphi_{10} + A_{11}^3A_{01}\left[\cos^3\varphi_{11}\cos\varphi_{01}\right.\right.\right.$$
$$+\cos^2\varphi_{11}\sin\varphi_{11}\sin\varphi_{01} + \sin^2\varphi_{11}\cos\varphi_{11}\cos\varphi_{01} +$$
$$\left.+\sin^3\varphi_{11}\sin\varphi_{01}\right] + A_{11}^2A_{10}A_{00}\left[\cos\varphi_{10}(\sin^2\varphi_{11} - \cos^2\varphi_{11})\right.$$
$$\left.- 2\sin\varphi_{10}\sin\varphi_{11}\cos\varphi_{11}\right] + A_{00}^2A_{11}A_{01}\left[\sin\varphi_{11}\sin\varphi_{01}\right.$$
$$\left.\left.- \cos\varphi_{11}\cos\varphi_{01}\right]\right\}$$

$$X_2 = \frac{\Delta X_2}{\Delta} = \frac{1}{\Delta}\left\{\left[A_{00}^3A_{10}\sin\varphi_{10} + A_{11}^3A_{01}\left[\cos^3\varphi_{11}\sin\varphi_{01}\right.\right.\right.$$
$$-\cos^2\varphi_{11}\sin\varphi_{11}\cos\varphi_{01} + \sin^2\varphi_{11}\sin\varphi_{01}\cos\varphi_{11} -$$
$$\left.-\sin^3\varphi_{11}\cos\varphi_{01}\right] + A_{11}^2A_{10}A_{00}\left[\sin\varphi_{10}(\sin^2\varphi_{11} - \cos^2\varphi_{11})\right.$$

$$+ 2\cos\varphi_{11}\sin\varphi_{11}\cos\varphi_{10}\Big] - A_{00}^2 A_{11} A_{01}\Big[\cos\varphi_{11}\sin\varphi_{01} + \cos\varphi_{01}\sin\varphi_{11}\Big]\Big\}$$

$$Y_1 = \frac{\Delta Y_1}{\Delta} = \frac{1}{\Delta}\Big\{\Big[A_{00}^3 A_{01}\cos\varphi_{01} + A_{11}^3 A_{10}\Big[\cos^3\varphi_{11}\cos\varphi_{10} + \cos^2\varphi_{11}\sin\varphi_{11}\sin\varphi_{10} + \sin^2\varphi_{11}\cos\varphi_{11}\cos\varphi_{01} + \sin^3\sin\varphi_{10}\Big] + A_{11}^2 A_{01} A_{00}\Big[\cos\varphi_{01}\left(\sin^2\varphi_{11} - \cos^2\varphi_{11}\right) - 2\sin\varphi_{11}\cos\varphi_{11}\sin\varphi_{01}\Big] + A_{00}^2 A_{11} A_{10}\Big[\sin\varphi_{11}\sin\varphi_{10} - \cos\varphi_{11}\cos\varphi_{10}\Big]\Big\}$$

$$Y_2 = \frac{\Delta Y_2}{\Delta} = \frac{1}{\Delta}\Big\{\Big[A_{00}^3 A_{01}\sin\varphi_{01} + A_{11}^3 A_{10}\Big[\cos^3\varphi_{11}\sin\varphi_{10} - \cos^2\varphi_{11}\sin\varphi_{11}\cos\varphi_{10} + \sin^2\varphi_{11}\cos\varphi_{11}\sin\varphi_{10} - \sin^3\varphi_{11}\cos\varphi_{10}\Big] + A_{11}^2 A_{01} A_{00}\Big[\sin\varphi_{01}\left(\sin^2\varphi_{11} - \cos^2\varphi_{11}\right) + 2\sin\varphi_{11}\cos\varphi_{01}\cos\varphi_{11}\Big] - A_{00}^2 A_{11} A_{10}\Big[\cos\varphi_{11}\sin\varphi_{10} + \sin\varphi_{11}\cos\varphi_{10}\Big]\Big\}$$

En remplaçant les valeurs de ces solutions dans les expressions (I), on obtient finalement $R$ , $T$ , $\varphi_r$ , $\varphi_T$. Les coefficients de réflexion et de transmission seront par la suite qualifiés de théoriques et désignés par $R_{TH}$ et $T_{TH}$ pour les distinguer des grandeurs de provenances différentes. On aura alors :

$$R_{TH} = \left[X_1^2 + X_2\right]^{1/2}$$

$$T_{TH} = \left[Y_1^2 + Y_2^2\right]^{1/2}$$

$$\varphi_r = \arccos\frac{X_1}{R_{TH}} = \arcsin\frac{X_2}{R_{TH}}$$

$$\varphi_T = \arccos\frac{Y_1}{T_{TH}} = \arcsin\frac{Y_2}{T_{TH}}$$

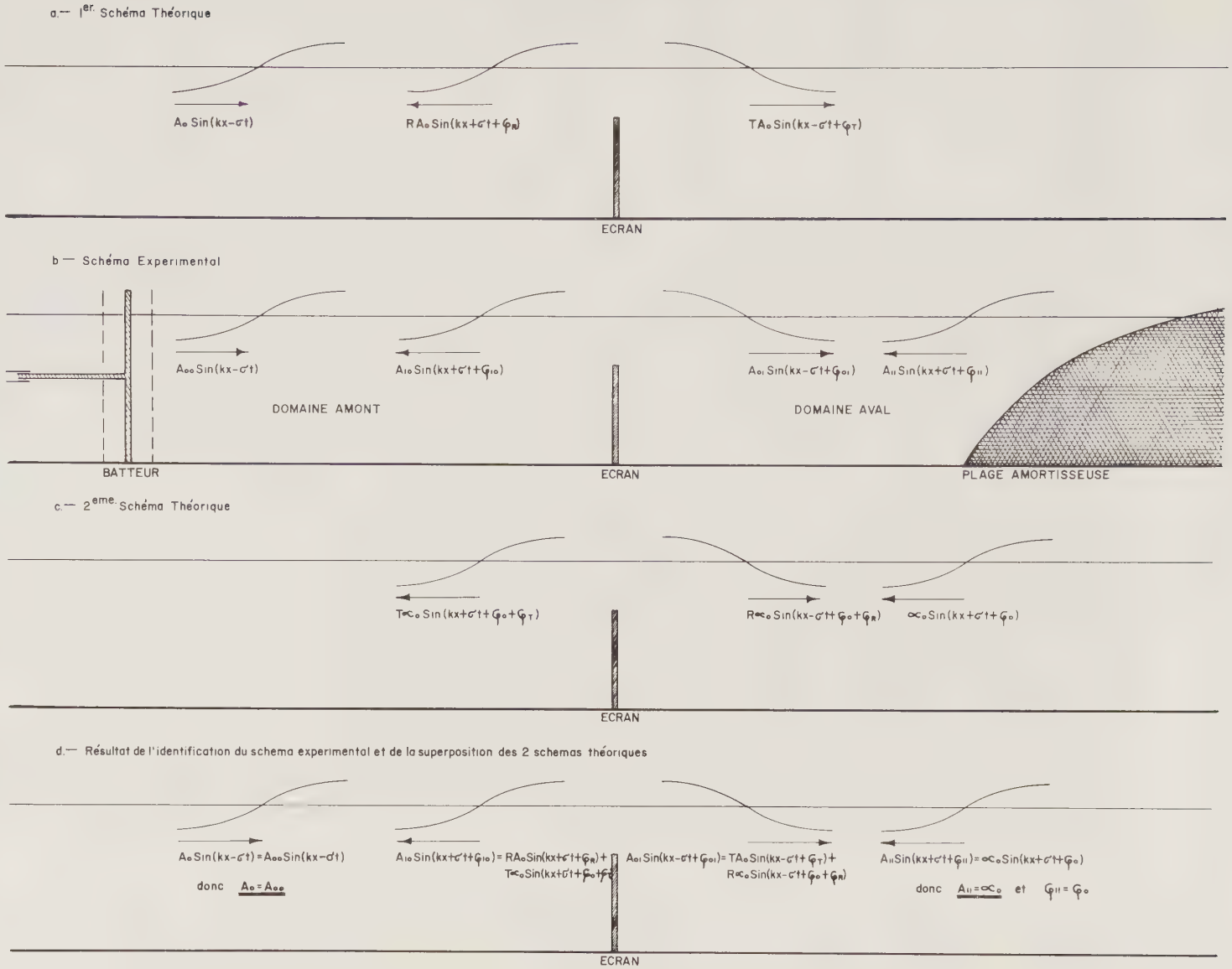
Nota bene : Ces calculs ont fait l'objet d'un programme sur la machine I.B.M. 1130 qui est donné dans le tableau I.

TAB. I

```
// FOR
*IOCS(CARD,1132 PRINTER)
*ONEWORDINTEGERS
*EXTENDEDPRECISION
*LISTSOURCEPROGRAM
      DO 500 JMN=1,4
C     LECTURE DE DONNEES
      READ(2,1000) H,T,P,ONDE
      READ(2,1010) A1,A2,A3,A4
      READ(2,1020) COSE2,SEN2,COSE3,SEN3,COSE4,SEN4
      READ(2,1025) REF,TRANS
      PROFR = H/ONDE
      Q=A1**4+A4**4+(2*A4**2*A1**2)*(SEN4**2-COSE4**2)
      X1=((A1**3*A2*COSE2)+(A4**3*A3)*(COSE4**3*COSE3+COSE4**2*SEN4*SEN3
     1+SEN4**2*COSE4*COSE3+SEN4**3*SEN3)+(A4**2*A2*A1)*(COSE2*(SEN4**2-C
     1OSE4**2)-2*SEN2*SEN4*COSE4)+(A1**2*A4*A3)*(SEN4*SEN3-COSE4*COSE3))
     1/Q
      X2=((A1**3*A2*SEN2)+(A4**3*A3)*(COSE4**3*SEN3-COSE4**2*SEN4*COSE3+
     1SEN4**2*COSE4*SEN3-SEN4**3*COSE3)+(A4**2*A2*A1)*(SEN2*(SEN4**2-COS
     1E4**2)+2*COSE4*SEN4*COSE2)-(A1**2*A4*A3)*(COSE4*SEN3+SEN4*COSE3))/
     1Q
      Y1=((A1**3*A3*COSE3)+(A4**3*A2)*(COSE4**3*COSE2+COSE4**2*SEN4*SEN2
     1+SEN4**2*COSE4*COSE2+SEN4**3*SEN2)+(A4**2*A3*A1)*(COSE3*(SEN4**2-C
     1OSE4**2)-2*SEN4*COSE4*SEN3)+(A1**2*A4*A2)*(SEN4*SEN2-COSE4*COSE2))
     1/Q
      Y2=((A1**3*A3*SEN3)+(A4**3*A2)*(COSE4**3*SEN2-COSE4**2*SEN4*COSE2+
     1SEN4**2*COSE4*SEN2-SEN4**3*COSE2)+(A4**2*A3*A1)*(SEN3*(SEN4**2-COS
     1E4**2)+2*SEN4*COSE4*COSE3)-(A1**2*A4*A2)*(COSE4*SEN2+SEN4*COSE2))/
     1Q
      R=SQRT(X1*X1+X2*X2)
      CT=SQRT(Y1*Y1+Y2*Y2)
      W=REF*REF+TRANS*TRANS
      Z=R*R+CT*CT
      WRITE (3,1030)
      DO 10 I=1,4
10    WRITE (3,1040)
      WRITE (3,1045)
      WRITE (3,1040)
      WRITE (3,1040)
      WRITE (3,1050) H,T,P,ONDE,PROFR
      WRITE (3,1040)
      WRITE (3,1060) A1,A2,A3,A4
      WRITE (3,1040)
      WRITE (3,1065) COSE2,COSE3,COSE4
      WRITE (3,1040)
      WRITE (3,1066) SEN2,SEN3,SEN4
      WRITE (3,1040)
      WRITE (3,1070) X1,X2,Y1,Y2
      WRITE (3,1040)
      WRITE (3,1075) REF,TRANS
      WRITE (3,1040)
      WRITE (3,1080) R,CT
      WRITE (3,1040)
      WRITE (3,1085) W
      WRITE (3,1040)
      WRITE (3,1090) Z
1000  FORMAT (F2.0,F6.4,F2.0,F3.0)
1010  FORMAT (4F6.4)
1020  FORMAT (6F7.4)
1025  FORMAT (2F6.4)
1030  FORMAT (1H1)
```

```
1040  FORMAT (1H0)
1045  FORMAT ( 1H0,22X,'CALCUL THEORIQUE DES COEFFICIENTS DE REFLEXION E
     1T TRANSMISSION')
1050  FORMAT (11X,'H=',E11.4,5X,'T=',E11.4,5X,'D=',E11.4,5X,'L=',E11.4,5
     1X,'H/L=',E11.4)
1060  FORMAT ( 16X,'A00=',E11.4,5X,'A10=',E11.4,5X,'A01=',E11.4,5X,'A11=
     1',E11.4)
1065  FORMAT ( 21X,'COSE10=',E11.4,5X,'COSE01=',E11.4,5X,'COSE11=',E11.4
     1)
1066  FORMAT ( 22X,'SEN10=',E11.4,6X,'SEN01=',E11.4,6X,'SEN11=',E11.4)
1070  FORMAT ( 16X,'X1=',E11.4,7X,'X2=',E11.4,6X,'Y1=',E11.4,6X,'Y2=',E1
     11.4)
1075  FORMAT ( 25X,'COEF REF=',E11.4,10X,'COEF TRANS=',E11.4)
1080  FORMAT ( 21X,'COEF REF THE=',E11.4,6X,'COEF TRANS THE=',E11.4)
1085  FORMAT ( 37X,'R**2+T**2=',E11.4)
1090  FORMAT ( 33X,'RTH**2+TTH**2=',E11.4)
500   CONTINUE
      CALL EXIT
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON       0  VARIABLES    120  PROGRAM   1130

END OF COMPILATION

// XEQ
```

# fig. 2


a.— 1er. Schéma Théorique
$A_o \sin(kx-\sigma t)$
$RA_o \sin(kx+\sigma t+\varphi_R)$
$TA_o \sin(kx-\sigma t+\varphi_T)$
ECRAN
b — Schéma Experimental
$A_{oo} \sin(kx-\sigma t)$
$A_{io} \sin(kx+\sigma t+\varphi_{io})$
$A_{oi} \sin(kx-\sigma t+\varphi_{oi})$
$A_{ii} \sin(kx+\sigma t+\varphi_{ii})$
DOMAINE AMONT
DOMAINE AVAL
BATTEUR
ECRAN
PLAGE AMORTISSEUSE
c.— 2eme. Schéma Théorique
$T\alpha_o \sin(kx+\sigma t+\varphi_o+\varphi_T)$
$R\alpha_o \sin(kx-\sigma t+\varphi_o+\varphi_R)$
$\alpha_o \sin(kx+\sigma t+\varphi_o)$
ECRAN
d.— Résultat de l'identification du schema experimental et de la superposition des 2 schemas théoriques
$A_o \sin(kx-\sigma t) = A_{oo} \sin(kx-\sigma t)$
donc $A_o = A_{oo}$
$A_{io} \sin(kx+\sigma t+\varphi_{io}) = RA_o \sin(kx+\sigma t+\varphi_R) + T\alpha_o \sin(kx+\sigma t+\varphi_o+\varphi_T)$
$A_{oi} \sin(kx-\sigma t+\varphi_{oi}) = TA_o \sin(kx-\sigma t+\varphi_T) + R\alpha_o \sin(kx-\sigma t+\varphi_o+\varphi_R)$
$A_{ii} \sin(kx+\sigma t+\varphi_{ii}) = \alpha_o \sin(kx+\sigma t+\varphi_o)$
donc $A_{ii} = \alpha_o$ et $\varphi_{ii} = \varphi_o$
ECRAN

## II. INSTALLATIONS D'EXPERIENCES ET DE MESURES.

Les installations d'expériences et de mesures utilisées au cours de cette recherche font partie d'un ensemble créé et perfectionné depuis plusieurs années aux Laboratoires de Mécanique des Fluides de l'Université de Grenoble.

Tout ou partie de ces matériels et techniques ont servi depuis SANTON et MARCOU [1] , [2] , au cours de nombreuses recherches telles que [3] , [4] , [5] , [6] , [7] , [8] , [9] , [10] .

Dans son état actuel de mise au point, on trouvera dans MARCOU [11] , les derniers développements et mises au point concernant les procédés de mesures et les montages expérimentaux, donnés avec de nombreux schémas et descriptions. On se bornera ici aux rappels essentiels nécessaires à la compréhension des expériences en renvoyant le lecteur aux mémoires cités.

### 1. Canal à houle.

Le canalà houle de dimensions 23 m x 0,80 m x 0,77 m est fait fond et parois, de panneaux de glace de 1 m de longueur et 15 mm d'épaisseur. Les différents éléments assemblés et articulés d'une manière souple sont constamment réglables grâce à des montages mécaniques par vis "pousse-tire" et des joints plastiques qui permettent ainsi d'assurer une définition d'horizontalité à 0.2 millimètre près sur la longueur du plancher et un parallélisme dans l'alignement des parois verticales à 0.5 millimètre près sur la longueur du canal. (Fig. 3).

Des chariots montés sur galets de précision se déplaçant sur des chemins de roulement cylindriques, calibrés et réglables, peuvent recevoir les différents appareils de mesure : limnimètres électriques à compteurs, enregistreurs de profils S.M., enregistreurs à résistance ...

### 2. Batteur à houle.

Le générateur du type mécanique dit "trois barres" est constitué essentiellement d'un volet plan obturant en mouvement aussi parfaitement que possible et à frottement doux, la section intérieure du canal. Cette adaptation précise sur le fond et sur les parois permet d'éliminer pratiquement les fuites latérales engendrant des phénomènes nuisant à la cylindricité de l'onde produite.

Le volet batteur plan, grâce à des dispositifs de réglages, peut être actionné suivant des types de mouvement allant sans discontinuité du type "translation" au

Fig. 3 - Canal à houle du Laboratoire de Mécanique des Fluides (L.M.F.).
Groupe Hydrodynamique.

type "rotation" en passant par tous les degrés de composition de deux types précédents "balançoire". (Fig. 4).

Dans les essais effectués pour cette étude, on a constamment utilisé le batteur en translation.

L'articulation du volet batteur avec un système bielle-manivelle à excentrique variable permet un déplacement d'amplitude réglable. (Fig. 5).

Le mouvement des dispositifs précédents est réalisé grâce à un ensemble moto-réducteur à groupe WARD-LEONARD à régulation électronique par alternateur tachymétrique. Le réducteur au 1/25 permet de couvrir une gamme continue de vitesses correspondant à un intervalle de période compris entre 0,5 seconde et 5,3 secondes avec une stabilité meilleure que le 1/1000. (Fig. 6).

### 3. Plage d'amortissement.

A l'extrémité aval du canal est disposé l'ouvrage amortisseur constitué par un talus profilé convexe de feuilles de "métal déployé" à mailles losangiques (20 mm x 10 mm) rugueuses, dont la pente réglable varie avec la profondeur pour faire au voisinage de la surface libre un angle de l'ordre de 10°. L'intérêt d'une telle structure est de permettre des réglages de pente, d'épaisseur, de rugosité et de porosité du talus en fonction des caractéristiques des houles employées.

### 4. Enregistreur S.M. de profils de surface libre.

L'instrument essentiel de nos mesures a été l'appareil enregistreur de profils de houle S.M. dans sa version pointe exploratrice mobile. On trouvera dans [1], [2] et [11] les détails complets sur les principes, les possibilités et les détails techniques concernant les différentes versions de cet appareil. On se bornera à rappeler les grandes lignes nécessaires à l'interprétation des mesures effectuées dans le cadre du problème abordé ici.

La technique mise en oeuvre par l'appareil de SANTON et MARCOU permet l'obtention à grande échelle de la courbe représentant la variation de la cote de la surface libre $y = f(t)$. Cette courbe est matérialisée par des points, extrémités de traits enregistrés dont la longueur est proportionnelle aux temps d'immersion successifs, fractions croissantes de la période à des cotes variant régulièrement entre la crête et le creux de vagues successives et périodiques. La courbe enregistrée est délimitée par la zone hachurée des traits précédents enregistrés sur papier "Teledeltos" électroconducteur, recouvrant un cylindre de longueur de circonférence $c$ ,

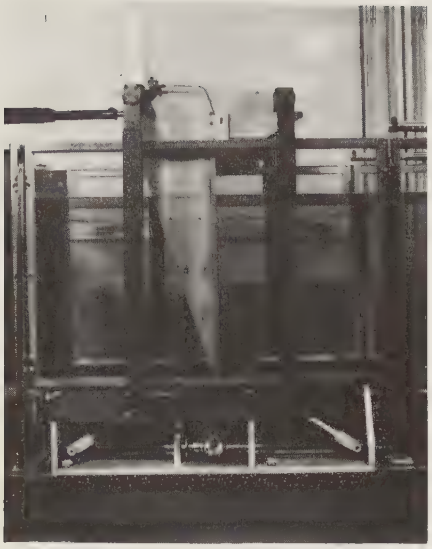


Fig. 4 - Générateur de houle de l'installation d'étude de la houle du L.M.F.

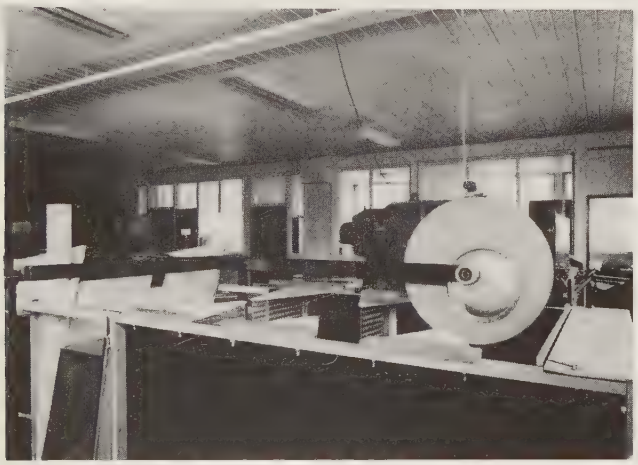


Fig. 5 - Générateur de houle du L.M.F. (Réglage d'amplitude).

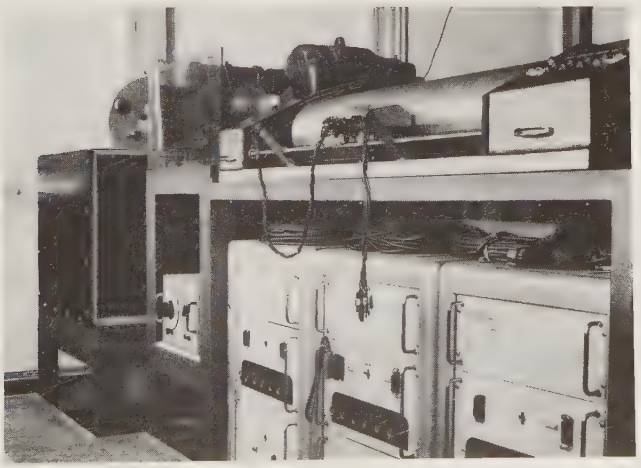


Fig. 6 - Installation générale du L.M.F. (Postes de commandes de réglage et d'enregistrement).

laquelle représente une période ou une longueur d'onde enregistrée.

Un dispositif de réglage du rapport des vitesses de stylet et de pointe permet d'enregistrer la courbe précédente avec l'amplification désirée des amplitudes (3 dans notre cas). Cette particularité est spécialement intéressante, étant donné l'exploitation ultérieure des enregistrements par l'analyse harmonique qui permet de séparer les différentes houles composantes élémentaires (en amplitudes et en phases).

L'appareil S.M. peut, par ailleurs, être utilisé dans la détermination expérimentale de la longueur d'onde de la manière suivante : deux pointes enregistreuses distantes d'une longueur $d$ , placées à une cote fixe par exemple la cote du plan d'eau $H$ au repos, enregistrent les temps d'immersion caractéristiques de cette cote sous forme de traits de longueurs égales mais dont les origines ou les extrémités sont décalées sur l'enregistrement d'une longueur $\delta$ , image de $d$ . Connaissant le rapport $\delta/d$ on peut connaître le rapport $c/\lambda$ dans lequel $c$ est la longueur de la circonférence du cylindre enregistreur et $\lambda$ la longueur d'onde réelle cherchée [1].

5. Limnimètre électrique à compteurs.

Les mesures de niveau au repos pour la définition des hauteurs $H$ de fonctionnement, les réglages d'amplitudes (détermination des cotes de crête et de creux), la détermination des coefficients de réflexion et de transmission en première approximation (par exploration limnimétrique de la surface libre) sont réalisés à l'aide d'un détecteur limnimétrique à moteur à deux sens de déplacement ; une détection à signal à néon sans inertie, un enregistrement des déplacements à compteur numérique, permettent un réglage très précis et confortable des amplitudes. Ce type d'appareil monté sur chariot à galets permet un travail rapide d'un bout à l'autre du canal. (La précision pour des surfaces libres au repos est de l'ordre de $\pm$ 1/10 de millimètre. Elle est de l'ordre de $\pm$ 2/10 de millimètre pour la surface en mouvement).

6. Périodemètre électronique.

Le réglage et le contrôle des longueurs d'onde (calculées par la relation d'Airy) pour réaliser les profondeurs relatives $H/\lambda$ désirées, constituent des opérations importantes déterminées par les caractéristiques du canal, du générateur de houle, du matériel de mesure (particulièrement de la période). La connaissance précise de cette dernière et son contrôle fréquent au cours des essais conditionnent directement les résultats finaux.

Comme on l'a dit plus haut, la période du batteur (donc celle de la houle) est obtenue par réglage en marche de la vitesse au pupitre du groupe WARD-LEONARD à régulation électronique au 1/1000. La période est ensuite contrôlée en permanence et enregistrée pendant toute la durée des essais. Ces différentes opérations sont effectuées à l'aide d'un dispositif électronique monté à demeure à proximité du générateur de houle et de son mécanisme d'entraînement tournant. Ce dispositif de mesure est composé essentiellement d'un périodemètre piloté par un quartz de précision comptant et affichant sur écran lumineux à tubes "NIXIE" les intervalles de temps séparés par les impulsions produites lors des coupures d'un faisceau lumineux excitant une cellule photoélectrique ; les coupures sont obtenues à l'aide d'un index fixé à la périphérie du volant. Les valeurs de $\mathcal{T}$ sont à la fois affichées et enregistrées sur bande imprimante.

Le contrôle ainsi effectué a permis de confirmer que la stabilité de toutes les valeurs de $\mathcal{T}$ utilisées a toujours été meilleure que le 1/1000.

## 7. Obstacle étudié : écran vertical mince.

Le problème abordé dans cette étude, était celui des transformations d'une houle en canal par passage sur un écran vertical mince immergé. Les obstacles étudiés étaient constitués par une série de plaques de "lucoflex" d'épaisseur e = 10 millimètres, de largeur $\ell$ = 80 centimètres égale à la largeur du canal et de hauteurs D = 10 cm, D = 20 cm, D = 30 cm, D = 40 cm, D = 50 cm, interchangeables et rapportées sur une embase plaquée sur le plancher du canal, fixée et lestée lourdement avec un relief apparent négligeable. (fig. 7 et fig. 8).

Le profil d'ensemble représentait une L de hauteur verticale variable (fig. 9). Il a fallu veiller à l'ajustement latéral correct d'un tel dispositif, afin d'éviter toute "fuite" sur les côtés, source de courants latéraux pouvant engendrer des phénomènes parasites gênants pour les mesures.

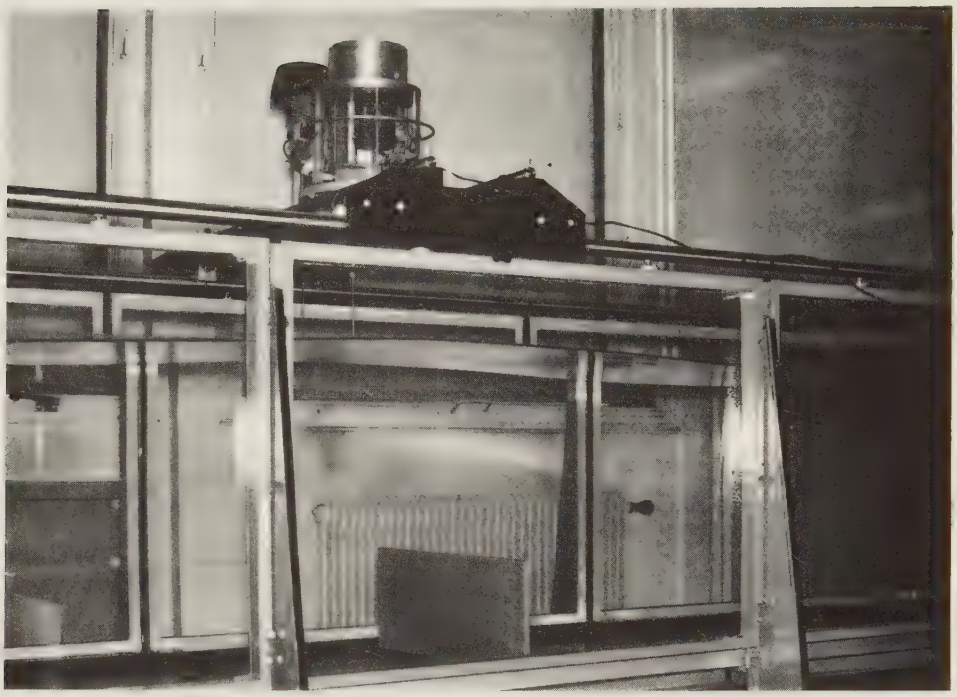


Fig. 7 - Passage de la houle ( $\lambda$ = 175 cm) sur un écran vertical mince immergé (D = 20 cm, H = 55 cm).

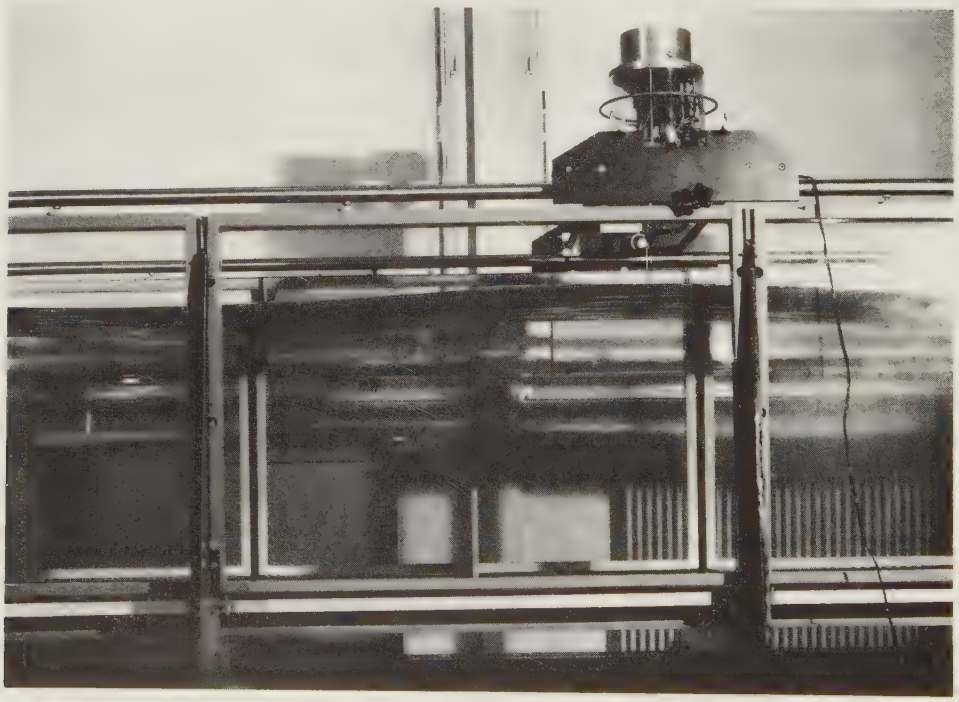


Fig. 8 - Passage de la houle ( $\lambda$ = 175 cm) sur un écran vertical mince immergé (D = 20 cm, H = 55 cm).

# OBSTACLE ETUDIE
# ECRAN VERTICAL MINCE

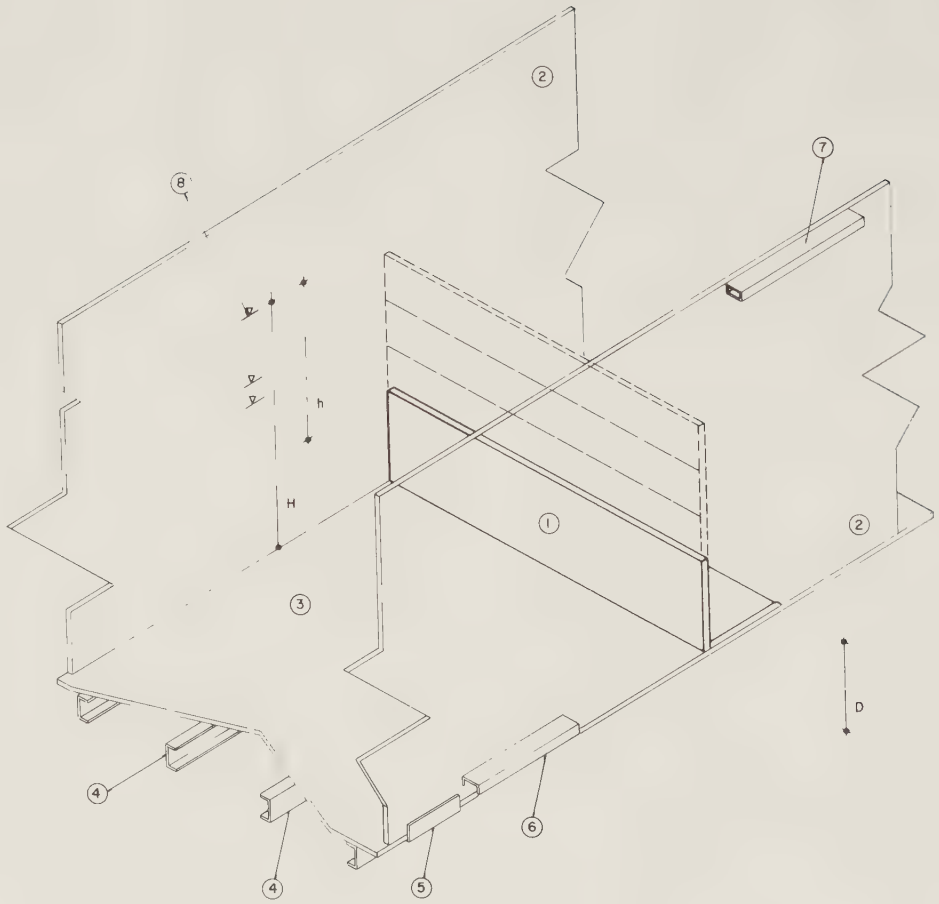



**fig. 9**

LEGENDE

1- ECRAN VERTICAL MINCE DE HAUTEUR VARIABLE (D)
2- PANNEAU LATERAL (GLACE 100 X 70)
3- PANNEAU FOND (GLACE 100 X 80)
4- CORNIERE ARMATURE FOND (⊔ ACIER 4 X 2)
5- CORNIERE D'ETANCHEITE FOND (L DURAL 3 X 2)
6- CORNIERE INFERIEURE CADRE (⊔ ACIER 4 X 2)
7- "PROFIL-AFROID" SUPERIEUR ( ▭ ACIER 4 X 2)
8- HAUTEURS D'EAU EN REPOS (H)

## III. TECHNIQUES DE MESURES, DE DEPOUILLEMENTS ET DE CALCULS.

On a vu que le schéma théorique adopté supposait une houle incidente en provenance de l'infini amont abordant et franchissant l'obstacle présenté par un écran immergé en direction de l'infini aval.

En fait, expérimentalement, les choses sont un peu différentes ; la houle qui aborde l'écran étudié provient d'un générateur situé à une dizaine de mètres en amont ; elle est réfléchie en partie par l'obstacle et revient à l'amont vers le batteur ; elle est d'autre part transmise partiellement à l'aval vers la plage d'amortissement qui la réfléchit et la renvoie vers l'écran.

Il y a donc, lors de la mise en route du générateur, après chaque réglage d'un quelconque des paramètres $\mathcal{T}$ , H , D , un régime transitoire qui évolue pendant un temps toujours court pour aboutir à un régime stabilisé qui est atteint lorsque les amplitudes et les phases des ondes successives (dans les domaines amont et aval) sont fixes.

Comme on le verra plus loin, l'obtention de ces conditions expérimentales préalables à tout essai a fait l'objet de contrôles stricts.

Les différentes analyses théoriques données plus haut font donc apparaître la nécessité de connaître toutes les composantes réfléchies et transmises mises en oeuvre.

En ce qui concerne la composante réfléchie intervenant dans le domaine aval, on pourrait songer à l'éliminer complètement en réalisant un amortissement complet sur la plage ; les performances des talus d'amortissement quoique souvent remarquables, comme on le verra plus loin, dans le domaine des ondes courtes et moyennes, sont médiocres dans le domaine des ondes longues. De toute manière, cette efficacité, quel que soit son degré, n'est pas suffisante pour pouvoir permettre de négliger la réflexion sur le talus amortisseur aval.

On a donc, afin d'évaluer d'une manière correcte et sûre, les phénomènes, utilisé deux techniques de mesure conduisant à deux processus généraux de calculs, qui permettent en définitive d'obtenir les différentes composantes nécessaires au contrôle des phénomènes étudiés.

## 1. Enregistrement S.M. en trois points. Méthode des moindres carrés.

Elle fait intervenir les profils obtenus simultanément ou presque en trois abscisses quelconques $X_1$ , $X_2$ , $X_3$ du canal. En fait deux enregistrements sont suffisants pour les calculs ultérieurs, mais le troisième peut servir de contrôle (on a utilisé parfois deux enregistrements). On trouvera dans [3] , [10] , [11] , [12] , [13] , la méthode décrite d'une manière détaillée.

Pour chaque houle dont on étudiait le passage sur l'écran immergé, on a effectué systématiquement trois enregistrements dans la partie amont et trois enregistrements dans la partie aval, soit six enregistrements de profils pour chaque essai ; un schéma de principe résumant cette méthode est donné dans la fig. 10.

L'analyse harmonique, pratiquée sur chaque profil, permet de décomposer l'onde en chacune des oscillations harmoniques élémentaires (modules et phases) en termes de Fourier, sous sa forme générale :

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{2\pi n t}{\tau} + b_n \sin \frac{2\pi n t}{\tau} \right)$$

Le dépouillement des enregistrements en vue de l'analyse harmonique, se fait par intégration graphique en planimétrant la courbe enregistrée à l'aide d'un analyseur harmonique OTT ; on obtient ainsi les valeurs numériques des coefficients de Fourier $a_n$ et $b_n$ (n = 1, 2, 3, ... 33) définis par :

$$a_n = \frac{1}{2\tau} \int_0^{\tau} f(t) \cos \frac{2\pi n t}{\tau} \, dt$$

$$b_n = \frac{1}{2\tau} \int_0^{\tau} f(t) \sin \frac{2\pi n t}{\tau} \, dt$$

On s'est limité à n = 3, car les amplitudes des harmoniques de rang n > 3 ont toujours été négligeables.

En première approximation, on néglige les termes non linéaires étudiés par [14] , [15] , [16] , et on admet que les oscillations de la surface libre sont représentables par un nombre complexe de la forme :

$$Z_n(t) = A_n e^{i\left(\frac{2\pi t}{\tau_n} + \varphi_n\right)}$$

où An est l'amplitude, $\varphi_n$ la phase de l'oscillation harmonique d'ordre n de période $\tau / n$ .

Ainsi symboliquement une onde progressive sera représentée par le nombre complexe

$$Z_n e^{-i\beta} = A_n e^{i\left(\frac{2\pi t}{\tau_n} - \frac{2\pi x_1}{\lambda_n} + \alpha\right)}$$

Pour une onde réfléchie, il suffit de changer le signe de la longueur d'onde correspondante à la période .

L'analyse harmonique des profils f = z(t) enregistrés aux positions p(p = 1, 2, 3 ...), donne directement pour les différentes oscillations harmoniques $n$ la relation

$$B_{np} = A_{np} e^{i\left(\frac{2\pi t}{\tau_n} + \varphi_{np}\right)}$$

On voit que toutes les quantités à considérer contiennent le facteur exponentiel $e^{i 2\pi t/\tau_n}$ ; on pourra l'éliminer et traiter ces quantités comme des quantités complexes constantes.

Si on considère que l'oscillation résultante à l'abscisse $X_p$ est représentée par la composition d'une onde incidente d'amplitude Zn et une onde réfléchie d'amplitude $\mathcal{Z}_n$ se propageant en sens contraire, on aura donc à chaque abscisse la relation suivante :

$$B_{np} = Z_n e^{i\frac{2\pi x_p}{\lambda_n}} + \mathcal{Z}_n e^{-i\frac{2\pi x_p}{\lambda_n}} \qquad (p = 1, 2, 3)$$

Mais à cause des approximations de la théorie et d'éventuelles erreurs commises pendant lex expériences, on calcule une solution approchée au moyen d'une variante de la méthode des moindres carrés étendue au champ complexe ; ainsi, dans le cas de p enregistrements simultanés, on aura p équations de la forme :

$$\mathcal{E}_{np} = Z_n e^{i\frac{2\pi x_p}{\lambda_n}} + \mathcal{Z}_n e^{-i\frac{2\pi x_p}{\lambda_n}} - B_{np}$$

L'application de la méthode classique des moindres carrés consiste à rendre minimum la somme $\sum_{p=1}^{p=p} |\mathcal{E}_{np}|^2$ . Cette condition revient à annuler la forme différentielle $\sum_{p=1}^{p=p} \mathcal{E}_{np} \cdot d\mathcal{E}_{np}$ , où $\mathcal{E}_{np}$ est considérée comme fonction des variables indépendantes Zn et $z_n$ .

Dans le cas de trois enregistrements simultanés, on pose :

$$\alpha = \frac{2\pi X_1}{\lambda_n} \quad ; \quad \beta = \frac{2\pi X_2}{\lambda_n} \quad ; \quad \gamma = \frac{2\pi X_3}{\lambda_n}$$

$$B_\alpha = B_1 \quad ; \quad B_\beta = B_2 \quad ; \quad B_\gamma = B_3$$

Par la suite, on a :

$$\varepsilon_\alpha = Z_n + \bar{Z}_n - B_\alpha \quad ; \quad d\varepsilon_\alpha = dZ_n + d\bar{Z}_n$$

$$\varepsilon_\beta = Z_n e^{i\beta} + \bar{Z}_n e^{-i\beta} - B_\beta \quad ; \quad d\varepsilon_\beta = e^{i\beta} dZ_n + e^{-i\beta} d\bar{Z}_n$$

$$\varepsilon_\gamma = Z_n e^{i\gamma} + \bar{Z}_n e^{-i\gamma} - B_\gamma \quad ; \quad d\varepsilon_\gamma = e^{i\gamma} dZ_n + e^{-i\gamma} d\bar{Z}_n$$

$$\sum_{p=1}^{p=3} \varepsilon_{np} \cdot d\varepsilon_{np} = 0$$

$$\varepsilon_\alpha d\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta d\varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma d\varepsilon_\gamma = (Z_n + \bar{Z}_n - B_\alpha) \cdot (dZ_n + d\bar{Z}_n)$$
$$+ (Z_n e^{i\beta} + \bar{Z}_n e^{-i\beta} - B_\beta) \cdot (e^{i\beta} dZ_n + e^{-i\beta} d\bar{Z}_n)$$
$$+ (Z_n e^{i\gamma} + \bar{Z}_n e^{-i\gamma} - B_\gamma) \cdot (e^{i\gamma} dZ_n + e^{-i\gamma} d\bar{Z}_n) = 0$$

$$\varepsilon_\alpha d\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta d\varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma d\varepsilon_\gamma = dZ_n \left[ Z_n (1 + e^{2i\beta} + e^{2i\gamma}) + \right.$$
$$\left. + 3\bar{Z}_n - B_\alpha - B_\beta e^{i\beta} - B_\gamma e^{i\gamma} \right] + d\bar{Z}_n \left[ \bar{Z}_n (1 + \right.$$
$$\left. + e^{-2i\beta} + e^{-2i\gamma}) + 3Z_n - B_\alpha - B_\beta e^{i\beta} + B_\gamma e^{-i\gamma} \right]$$

$$Z_n (1 + e^{2i\beta} + e^{2i\gamma}) + 3\bar{Z}_n = B_\alpha + B_\beta e^{i\beta} + B_\gamma e^{i\gamma}$$

$$\bar{Z}_n (1 + e^{-2i\beta} + e^{-2i\gamma}) + 3Z_n = B_\alpha + B_\beta e^{-i\beta} + B_\gamma e^{-i\gamma}$$

Finalement pour l'onde incidente, on a :

$$Z_n = \frac{1}{\sin^2\beta+\sin^2\gamma+\sin^2(\gamma-\beta)} \left\{ \frac{B\alpha}{2} \left[ \sin^2\beta+\sin^2\gamma+i\left(\sin\beta\cos\beta+\right.\right.\right.$$

$$\left. + \sin\gamma\cos\gamma \right) + \frac{B\beta}{2} \left[ \sin\gamma\sin(\gamma-\beta)+i\left(\sin\gamma\cos(\gamma-\beta)-\right.\right.$$

$$\left.\left. - 2\sin\beta \right)\right] + \frac{B\gamma}{2} \left[ -\sin\beta\sin(\gamma-\beta)+i\left(\sin\beta\cos(\gamma-\beta)-\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. - 2\sin\gamma \right)\right]\right\}$$

Pour l'onde réfléchie, on obtient :

$$\mathcal{Z}_n = \frac{1}{\sin^2\beta+\sin^2\gamma+\sin^2(\gamma-\beta)} \left\{ \frac{B\alpha}{2} \left[ \sin^2\beta+\sin^2\gamma-i\left(\sin\beta\cos\beta+\right.\right.\right.$$

$$\left. + \sin\gamma\cos\gamma \right) + \frac{B\beta}{2} \left[ \sin\gamma\sin(\gamma-\beta)-i\left(\sin\gamma\cos(\gamma-\beta)-\right.\right.$$

$$\left.\left. - 2\sin\beta \right)\right] + \frac{B\gamma}{2} \left[ -\sin\beta\sin(\gamma-\beta)-i\left(\sin\beta\cos(\gamma-\beta)-\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. - 2\sin\gamma \right)\right]\right\}$$

On calcule ensuite les écarts $\mathcal{E}_{np}$ et l'écart quadratique moyen permet de voir avec quelle précision la théorie représente le phénomène.

Nota bene : Ces calculs ont fait l'objet de programmes sur la machine I.B.M. 1130, qui sont donnés dans le tableau II dans le cas de trois enregistrements simultanés.

2. Mesures d'amplitudes par exploration limnimétrique de la surface libre (Méthode des noeuds et ventres).

La mesure des amplitudes par la Méthode d'exploration limnimétrique de la surface libre a été employée par divers auteurs pour l'étude de la réflexion sur des talus [7] , [17] , [18] , [19] , [20] . Tous les auteurs font ressortir les difficultés que comporte cette technique de mesure élémentaire.

Comme URSELL et DEAN [21] , nous avons employé une méthode simple qui permet, quand les amplitudes des harmoniques sont très faibles, d'accéder rapidement aux amplitudes $A_{00}$, $A_{10}$, $A_{01}$, $A_{11}$ .

Ainsi dans le compartiment amont, il existe une onde incidente en provenance du batteur $\eta = A_{00} \sin(kx - \sigma t)$ et une onde réfléchie par l'écran $\eta = A_{10} \sin(hx + \sigma t + \varphi_{10})$. En faisant la superposition de ces deux ondes,

TAB. II

```
PAGE   1     NAVARRO

// JOB

LOG DRIVE   CART SPEC   CART AVAIL  PHY DRIVE
  0000        0003         0003        0000

V2 M09   ACTUAL  8K  CONFIG  8K

// FOR
*IOCS(CARD,1132 PRINTER)
*ONEWORDINTEGERS
*EXTENDEDPRECISION
*LISTSOURCEPROGRAM
      DIMENSION X(3),TETA(4),SEN(4),COSE(4),BR(3),BI(3)
      DIMENSION VR(3),VI(3),ZGR(3),ZGI(3),ZPR(3),ZPI(3),ER(3),EI(3)
      DIMENSION EMOD(3),SGM(3),SPM(3),SGARG(3),SPARG(3),REFLE(3),CAMB(3)
      DO 500 JMN=1,36
C     LECTURE DE DONNES
      READ(2,1000) H,T,P,ONDE,XUN,XDEUX,XTROI
      READ(2,1010) (X(I),I=1,3)
      PROFR=H/ONDE
C     LECTURE DES ANGLES
      DO 10 I=1,3
10    TETA(I)=6.2832*X(I)/ONDE
      TETA(4)=TETA(3)-TETA(2)
      IF(TETA(4)) 20,30,30
30    IND=0
      GO TO 40
20    TETA(4)=-TETA(4)
      IND=1
C     FONCTIONS SEN ET COSE
40    DO 200 I=1,4
      IF(TETA(I)-1.5708) 50,50,60
50    SEN(I)=SIN(TETA(I))
      COSE(I)=COS(TETA(I))
      GO TO 200
60    IF(TETA(I)-3.1416) 70,70,80
70    SEN(I)=COS(TETA(I)-1.5708)
      COSE(I)=-SIN(TETA(I)-1.5708)
      GO TO 200
80    IF(TETA(I)-4.7124) 90,90,100
90    SEN(I)=-SIN(TETA(I)-3.1416)
      COSE(I)=-COS(TETA(I)-3.1416)
      GO TO 200
100   SEN(I)=-COS(TETA(I)-4.7124)
      COSE(I)=SIN(TETA(I)-4.7124)
200   CONTINUE
      IF(IND-1) 210,220,210
220   SEN(4)=-SEN(4)
C     ANALYS HARMONIQUE
210   READ(2,1020)(BR(I),BI(I),I=1,3)
      D=2*(SEN(2)*SEN(2)+SEN(3)*SEN(3)+SEN(4)*SEN(4))
      VR(1)=SEN(2)*SEN(2)+SEN(3)*SEN(3)
      VI(1)=SEN(2)*COSE(2)+SEN(3)*COSE(3)
      VR(2)=SEN(3)*SEN(4)
      VI(2)=SEN(3)*COSE(4)-2*SEN(2)
      VR(3)=-SEN(2)*SEN(4)
      VI(3)=SEN(2)*COSE(4)-2*SEN(3)
C     CALCUL DE SNG ET SNP
      DO 230 I=1,3
      ZGR(I)=BR(I)*VR(I)-BI(I)*VI(I)
```

```
PAGE   2    NAVARRO

      ZGI(I)=BI(I)*VR(I)+BR(I)*VI(I)
      ZPR(I)=BR(I)*VR(I)+BI(I)*VI(I)
230   ZPI(I)=BI(I)*VR(I)-BR(I)*VI(I)
C     CALCUL DE SG ET SP
      SGR=(ZGR(1)+ZGR(2)+ZGR(3))/D
      SGI=(ZGI(1)+ZGI(2)+ZGI(3))/D
      SPR=(ZPR(1)+ZPR(2)+ZPR(3))/D
      SPI=(ZPI(1)+ZPI(2)+ZPI(3))/D
C     CALCUL DU MODULE(I) ET ARG DE SG(I) ET SP(I)
      DO 235 I=1,3
      SGM(I)=SQRT((SGR*COSE(I)-SGI*SEN(I))*(SGR*COSE(I)-SGI*SEN(I))+(SGI
     1*COSE(I)+SGR*SEN(I))*(SGI*COSE(I)+SGR*SEN(I)))
      SPM(I)=SQRT((SPR*COSE(I)+SPI*SEN(I))*(SPR*COSE(I)+SPI*SEN(I))+(SPI
     1*COSE(I)-SPR*SEN(I))*(SPI*COSE(I)-SPR*SEN(I)))
      SGARG(I)=ATAN((SGI*COSE(I)+SGR*SEN(I))/(SGR*COSE(I)-SGI*SEN(I)))
      SPARG(I)=ATAN((SPI*COSE(I)-SPR*SEN(I))/(SPR*COSE(I)+SPI*SEN(I)))
C     CALCUL DE REFLE(I) ET CAMB (I)
      REFLE(I)=SPM(I)/SGM(I)
      CAMB(I)=2*SGM(I)/ONDE
235   CONTINUE
C     CALCUL DES ERREURS
      DO 240 I=1,3
      ER(I)=SGR*COSE(I)-SGI*SEN(I)+SPR*COSE(I)+SPI*SEN(I)-BR(I)
      EI(I)=SGI*COSE(I)+SGR*SEN(I)-SPR*SEN(I)+SPI*COSE(I)-BI(I)
240   CONTINUE
C     CALCUL DES ERREURS
      DO 250 I=1,3
      EMOD(I)=ER(I)*ER(I)+EI(I)*EI(I)
250   CONTINUE
      ERREU=SQRT((EMOD(1)+EMOD(2)+EMOD(3))/3.)
      WRITE(3,1030)
      WRITE(3,1040)
      WRITE (3,1190)
      WRITE(3,1090)
      WRITE(3,1040)
      WRITE(3,1050) H,T,P,ONDE,PROFR
      WRITE(3,1060) XUN,XDEUX,XTROI
      WRITE(3,1070) X(1),X(2),X(3)
      WRITE(3,1080) TETA(1),TETA(2),TETA(3),TETA(4)
      WRITE(3,1100)
      DO 270 I=1,3
      WRITE(3,1110) I,BR(I),BI(I),VR(I),VI(I)
270   CONTINUE
      WRITE(3,1120)
      DO 280 I=1,3
      WRITE(3,1110) I,ZGR(I),ZGI(I),ZPR(I),ZPI(I)
280   CONTINUE
      WRITE(3,1125) SGR,SGI,SPR,SPI
      WRITE(3,1126)
      DO 285 I=1,3
      WRITE(3,1130) I,SGM(I),SPM(I)
285   CONTINUE
      WRITE(3,1140)
      DO 286 I=1,3
      WRITE(3,1130) I,SGARG(I),SPARG(I)
286   CONTINUE
      WRITE(3,1150)
      DO 287 I=1,3
      WRITE(3,1130) I,REFLE(I),CAMB(I)
287   CONTINUE
```

```
PAGE   3    NAVARRO

      WRITE(3,1160)
      DO 290 I=1,3
      WRITE(3,1170) I,ER(I),EI(I),EMOD(I)
290   CONTINUE
      WRITE (3,1090)
      WRITE(3,1180) ERREU
1000  FORMAT(F2.0,F6.4,F2.0,F3.0,3F7.2)
1010  FORMAT(3F7.3)
1020  FORMAT(6F7.4)
1030  FORMAT(1H1)
1040  FORMAT(1H0)
1050  FORMAT(11X,'H=',E11.4,5X,'T=',E11.4,5X,'D=',E11.4,5X,'L=',E11.4,5X
     1,'H/L=',E11.4)
1060  FORMAT(1H0,20X,'XUN=',E11.4,10X,'XDEUX=',E11.4,10X,'XTROI=',E11.4)
1070  FORMAT(1H0,20X,'X1=',E11.4,11X,'X2=',E11.4,13X,'X3=',E11.4)
1080  FORMAT(1H0,10X,'THETA1=',E11.4,5X,'THETA2=',E11.4,5X,'THETA3=',E11
     1.4,5X,'THETA4=',E11.4)
1090  FORMAT(1H0)
1100  FORMAT(1H0,20X,'BR',13X,'BI',13X,'VR',13X,'VI')
1110  FORMAT(17X,I1,2X,E11.4,4X,E11.4,4X,E11.4,4X,E11.4)
1120  FORMAT(1H0,20X,'ZGR',12X,'ZGI',12X,'ZPR',12X,'ZPI')
1125  FORMAT(1H0,10X,'SGR=',E11.4,4X,'SGI=',E11.4,4X,'SPR=',E11.4,4X,'SP
     1I=',E11.4)
1126  FORMAT(1H0,20X,'SGM',28X,'SPM')
1130  FORMAT(17X,I1,2X,E11.4,20X,E11.4)
1140  FORMAT(1H0,20X,'SGARG',26X,'SPARG')
1150  FORMAT(1H0,20X,'COEFREF',24X,'CAMB')
1160  FORMAT(1H0,20X,'ER',13X,'EI',13X,'EMOD')
1170  FORMAT(17X,I1,2X,E11.4,4X,E11.4,4X,E11.4)
1180  FORMAT(1H0,31X,'ERREUR=',E11.4)
1190  FORMAT(1H0,20X,'CALCUL DES AMPLITUDES,COEF. REF. ET CAMBRURE')
500   CONTINUE
      CALL EXIT
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 EXTENDED PRECISION
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON       0  VARIABLES    286  PROGRAM   1804

END OF COMPILATION

// XEQ
```

on obtient le mouvement résultant suivant :

$$\eta_{00} + \eta_{10} = A_{00} \sin(kx - \sigma t) + A_{10} \sin(kx + \sigma t + \varphi_{10})$$
$$= \sin \sigma t \left[ A_{10} \cos(kx + \varphi_{10}) - A_{00} \cos kx \right] +$$
$$+ \cos \sigma t \left[ A_{10} \sin(kx + \varphi_{10}) + A_{00} \sin kx \right]$$

Les valeurs maxima ou minima du mouvement résultant seront obtenues quand :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\eta_{00} + \eta_{10}) = 0$$

Ainsi le temps $t_{max}$ pour la valeur maxima est donné par :

$$tg \sigma t_{max} = \frac{\sin \sigma t_{max}}{\cos \sigma t_{max}} = \frac{A_{10} \cos(kx + \varphi_{10}) - A_{00} \cos kx}{A_{10} \sin(kx + \varphi_{10}) + A_{00} \sin kx}$$

La variation du mouvement résultant dans le compartiment amont est définie par :

$$\eta_{00} + \eta_{10} = A_{00}^2 + A_{10}^2 - 2 A_{10} A_{00} \cos(2kx + \varphi_{10})$$

$$\left| \eta_{00} + \eta_{10} \right| = \sqrt{A_{00}^2 + A_{10}^2 - 2 A_{00} A_{10} \cos(2kx + \varphi_{10})}$$

Quand :

$$\cos(2k x_{max} + \varphi_{10}) = -1$$

soit :

$$2k_{máx} + \varphi_{10} = -\pi, -3\pi, -5\pi, \ldots\ldots, -(2n+1)\pi$$

on a :

$$\left| \eta_{00} + \eta_{10} \right|_{max} = A_{00} + A_{10}$$

Quand :

$$\cos(2k x_{min} + \varphi_{10}) = 1$$

soit :

$$2k x_{min} + \varphi_{10} = 0, 2\pi, 4\pi, \ldots\ldots, (2n\pi)$$

on a :

$$\left| \eta_{00} + \eta_{10} \right|_{min} = A_{00} - A_{10}$$

$\left| \eta_{00} + \eta_{10} \right|_{max}$ et $\left| \eta_{00} + \eta_{10} \right|_{min}$ représentent les amplitudes des ondes aux ventres et aux noeuds notées par $\frac{\Delta V}{2}$ et $\frac{\Delta N}{2}$ respectivement.

On aura enfin :

$$\left|\eta_{00}+\eta_{10}\right|_{max}+\left|\eta_{00}+\eta_{10}\right|_{min}=A_{10}+A_{00}+A_{00}-A_{10}$$

$$\left|\eta_{00}+\eta_{10}\right|_{max}-\left|\eta_{00}+\eta_{10}\right|_{min}=A_{00}+A_{10}-A_{00}+A_{10}$$

Pour l'onde incidente :

$$2A_{00}=\frac{\Delta V+\Delta N}{2}$$

et pour l'onde réfléchie :

$$2A_{10}=\frac{\Delta V-\Delta N}{2}$$

Dans le compartiment aval, il existe aussi une onde transmise par l'écran $\eta_{01}=A_{01}\sin(kx-\sigma t+\varphi_{01})$ et une onde réfléchie par la plage $\eta_{11}=A_{11}\sin(kx+\sigma t+\varphi_{11})$. La superposition de ces deux ondes donne le mouvement résultant et on aura suivant la même méthode :

$$\eta_{01}+\eta_{11}=A_{01}\sin(kx-\sigma t+\varphi_{01})+A_{11}\sin(kx+\sigma t+\varphi_{11})$$

$$=\sin\sigma t\left[A_{11}\cos(kx+\varphi_{11})-A_{01}\cos(kx+\varphi_{01})\right]+$$

$$+\cos\sigma t\left[A_{11}\sin(kx+\varphi_{11})+A_{01}\sin(kx+\varphi_{01})\right]$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\eta_{01}+\eta_{11})=0$$

$$tg\,\sigma t_{max}=\frac{\sin\sigma t_{max}}{\cos\sigma t_{max}}=\frac{A_{11}\cos(kx+\varphi_{11})-A_{01}\cos(kx+\varphi_{01})}{A_{11}\sin(kx+\varphi_{11})+A_{01}\sin(kx+\varphi_{01})}$$

On peut en tirer l'expression de la variation du mouvement résultant dans le compartiment aval :

$$\left|\eta_{01}+\eta_{11}\right|=\sqrt{A_{01}^2+A_{11}^2-2A_{01}A_{11}\cos(2kx+\varphi_{01}+\varphi_{11})}$$

Quand :

$$\cos(2kx_{max}+\varphi_{01}+\varphi_{11})=-1$$

soit :

$$2kx_{max}+\varphi_{01}+\varphi_{11}=-\pi,-3\pi,-5\pi,\ldots\ldots,-(2n+1)\pi$$

on a :

$$\left|\eta_{01}+\eta_{11}\right|_{max}=A_{01}+A_{11}$$

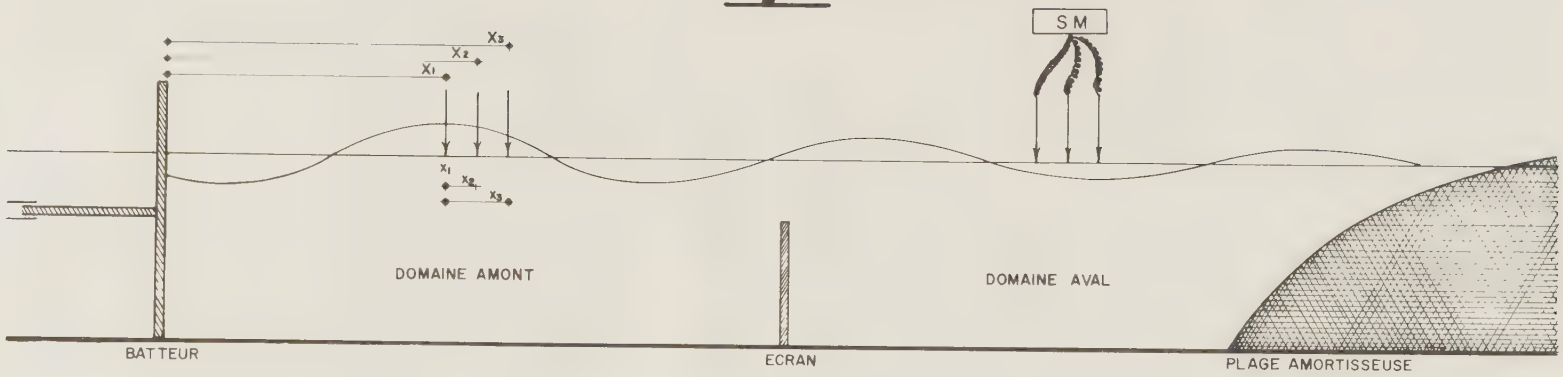
Quand :

$$\cos(2kx_{min}+\varphi_{01}+\varphi_{11})=1$$

soit :

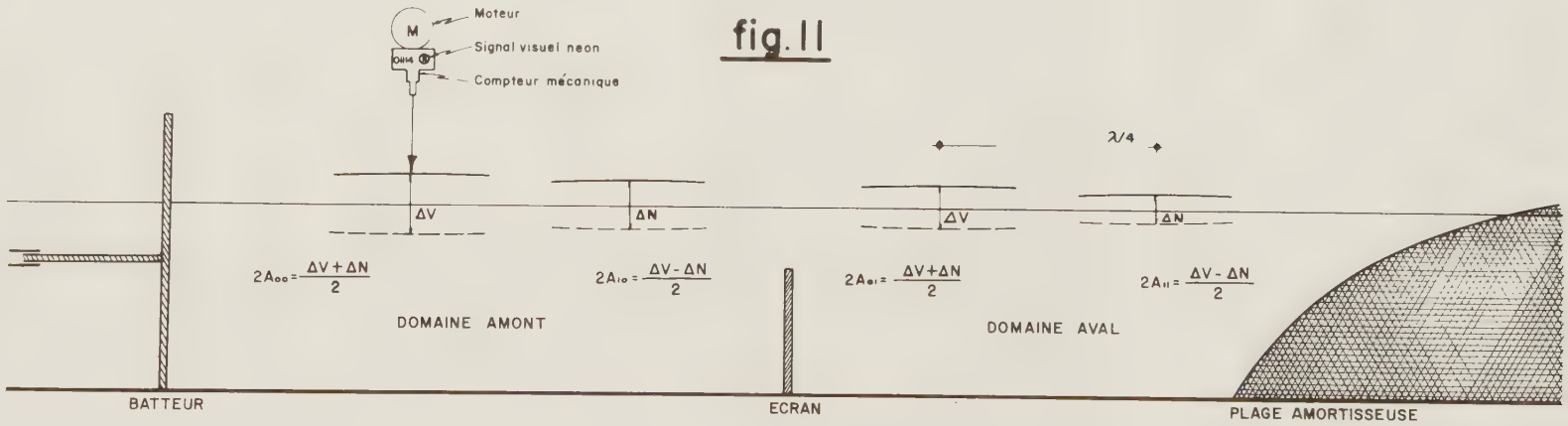
$$2kx_{min}+\varphi_{01}+\varphi_{11}=0,2\pi,4\pi,\ldots\ldots,(2n\pi)$$

fig.10




SCHEMA DE PRINCIPE: —— ENREGISTREMENTS ET MESURES "AMONT" ET "AVAL"

fig.11




SCHEMA DE PRINCIPE: EXPLORATION AUX NOEUDS ET VENTRES

on a :

$$\left|\eta_{01}+\eta_{11}\right|_{min} = A_{01} - A_{11}$$

On obtiendra enfin les amplitudes des ondes $A_{01}$ et $A_{11}$

$$2A_{01} = \left|\eta_{01}+\eta_{11}\right|_{max} + \left|\eta_{01}+\eta_{11}\right|_{min} = \frac{\Delta V + \Delta N}{2}$$

$$2A_{11} = \left|\eta_{01}+\eta_{11}\right|_{max} - \left|\eta_{01}+\eta_{11}\right|_{min} = \frac{\Delta V - \Delta N}{2}$$

La fig.11 montre le schéma de principe de cette technique de mesure.

## IV. DEFINITION ET JUSTIFICATION DES GAMMES DE VARIATION DES PARAMETRES.

Les expériences effectuées avaient pour but essentiel la mise en évidence de l'action du point de vue de la réflexion et de la transmission, d'un écran vertical fixe mince de hauteur variable D , immergé dans une hauteur variable H d'eau ; on a utilisé à cet effet des houles de périodes $\theta$ , de longueur d'onde $\lambda$ , d'amplitude A et de cambrure $\gamma$ .

Les mesures devaient par ailleurs permettre d'étudier accessoirement des questions concernant la réflexion de la plage d'amortissement, les modifications de spectre des houles utilisées et l'influence de l'obstacle sur la longueur d'onde.

On a donc à cet effet, fait varier toutes les caractéristiques de réglage dans le plus large intervalle de valeurs compatibles avec les possibilités des installations et des appareils de mesure.

Les profondeurs relatives $H/\lambda$ des houles utilisées étaient comprises entre 0.038 et 0.55, appartiennent ainsi aux domaines très différents des houles en eau peu profonde et celui des houles en profondeur pratiquement"infinie".

Ceci a été rendu possible grâce à la gamme étendue des périodes $\theta$ de fonctionnement de l'installation (0.5 sec $\leq \theta \leq$ 5.3 sec). On a, en effet, utilisé des périodes comprises entre 0.801 sec et 4.904 sec.

On a opéré à l'aide de trois hauteur d'eau : H = 55 cm, H = 40 cm, H = 35 cm. La gamme des longueurs d'onde ainsi couverte a été : 100 cm $\leq \lambda \leq$ 900 cm, avec les valeurs $\lambda$ = 100 cm, $\lambda$ = 125 cm, $\lambda$ = 175 cm, $\lambda$ = 200 cm, $\lambda$ = 300 cm, $\lambda$ = 400 cm, avec une hauteur d'eau H = 55 cm, pour les ondes courtes et moyennes ;

en profondeur H = 40 cm, on a utilisé la longueur d'onde $\lambda$ = 600 cm et en profondeur H = 35 cm, la longueur d'onde $\lambda$ = 900 cm. On voit que, avec la hauteur H = 35 cm et la longueur d'onde $\lambda$ = 900 cm, on a dû aborder le domaine délicat de la houle en eau très peu profonde.

La gamme des cambrures $\gamma = 2A/\lambda$, était conditionnée par l'apparition aux valeurs élevées d'irrégularités et d'oscillations transversales dénaturant le caractère bidimensionnel des houles utilisées. Dans ces conditions, toutes les amplitudes réalisées ont été telles que : $0.1\% \leq \gamma \leq 5.0\%$

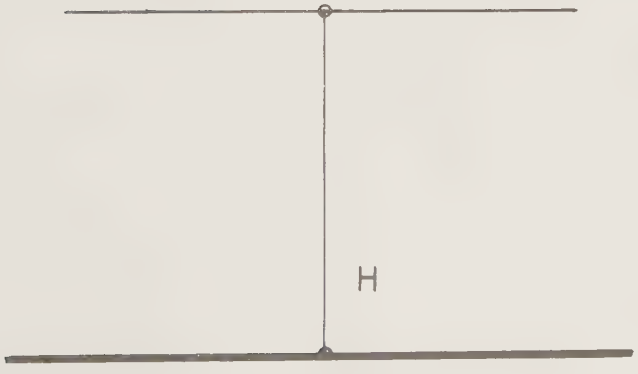
Le tableau III montre l'ensemble des valeurs de paramètres $\lambda$ , $\mathcal{C}$ , $H/\lambda$, $\gamma$ , utilisés pour chaque hauteur d'eau H de fonctionnement.

Le tableau IV montre également l'ensemble des valeurs de paramètres relatifs à la présence de l'écran vertical (situé dans la partie moyenne du canal, pratiquement à égale distance du volet batteur et du talus amortisseur) pour chaque hauteur d'eau H de fonctionnement.

TAB. III

# CARACTERISTIQUES DES HOULES UTILISEES

| H=55 | | | |
|---|---|---|---|
| $\lambda$ | $\zeta$ | $H/\lambda$ | $\gamma$ (%) |
| 100 | 0.801 | 0.550 | 1.5-4.4 |
| 125 | 0.898 | 0.440 | 1.2-3.5 |
| 175 | 1.079 | 0.314 | 0.7-2.2 |
| 200 | 1.168 | 0.275 | 1.1-2.9 |
| 300 | 1.532 | 0.183 | 0.5-2.2 |
| 400 | 1.915 | 0.137 | 0.2-1.1 |
| H=40 | | | |
| $\lambda$ | $\zeta$ | $H/\lambda$ | $\gamma$ (%) |
| 600 | 3.116 | 0.066 | 0.2-0.4 |
| H=35 | | | |
| $\lambda$ | $\zeta$ | $H/\lambda$ | $\gamma$ (%) |
| 900 | 4.904 | 0.038 | 0.1-0.3 |



# TAB.IV

## DEFINITION DES ESSAIS

| H=55 | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | H-D=45 | | H-D=35 | | H-D=25 | | H-D=15 | | H-D=5 | |
| | | | D/H=0181 | | D/H=0.363 | | D/H=0545 | | D/H=0.727 | | D/H=0909 | |
| λ | ζ | H/λ | D | γ (%) | D | γ (%) | D | γ (%) | D | γ (%) | D | γ (%) |
| 100 | 0801 | 0550 | 10 | 15-45 | 20 | 15-45 | 30 | 15-45 | 40 | 15-49 | 50 | 12-36 |
| 125 | 0898 | 0440 | 10 | 12-35 | 20 | 11-35 | 30 | 11-33 | 40 | 10-33 | 50 | 09-21 |
| 175 | 1079 | 0314 | 10 | 07-22 | 20 | 07-23 | 30 | 08-25 | 40 | 10-32 | 50 | 14-24 |
| 200 | 1168 | 0275 | 10 | 11-23 | 20 | 11-24 | 30 | 12-26 | 40 | 13-32 | 50 | 09-21 |
| 300 | 1532 | 0183 | 10 | 06-18 | 20 | 06-18 | 30 | 07-19 | 40 | 07-20 | 50 | 06-10 |
| 400 | 1915 | 0137 | 10 | 02-09 | 20 | 02-09 | 30 | 02-06 | 40 | 03-11 | 50 | 02-07 |

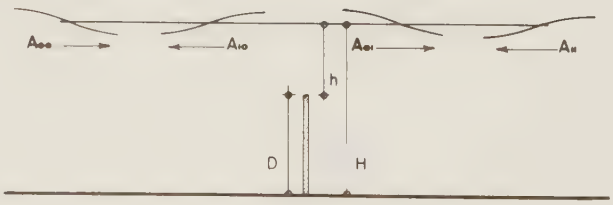
| H=40 | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | H-D=30 | | H-D=20 | | H-D=10 | |
| | | | D/H=0250 | | D/H=0500 | | D/H=0750 | |
| λ | ζ | H/λ | D | γ (%) | D | γ (%) | D | γ (%) |
| 600 | 3115 | 0066 | 10 | 02-04 | 20 | 02-04 | 30 | 02-03 |

| H=35 | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | H-D=25 | | H-D=15 | | H-D=5 | |
| | | | D/H=0285 | | D/H=0571 | | D/H=0857 | |
| λ | ζ | H/λ | D | γ (%) | D | γ (%) | D | γ (%) |
| 900 | 4904 | 0038 | 10 | 01-03 | 20 | 01-03 | 30 | 01-02 |

| H=55 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2πh/λ | | | | | |
| λ \ h | 45 | 35 | 25 | 15 | 5 |
| 100 | 2827 | 2199 | 1570 | 0942 | 0314 |
| 125 | 2261 | 1759 | 1256 | 0753 | 0251 |
| 175 | 1615 | 1256 | 0897 | 0538 | 0179 |
| 200 | 1413 | 1099 | 0785 | 0471 | 0157 |
| 300 | 0942 | 0733 | 0523 | 0314 | 0104 |
| 400 | 0706 | 0549 | 0392 | 0235 | 0078 |

| H=40 | | | |
|---|---|---|---|
| 2πh/λ | | | |
| λ \ h | 30 | 20 | 10 |
| 600 | 0314 | 0209 | 0104 |

| H=35 | | | |
|---|---|---|---|
| 2πh/λ | | | |
| λ \ h | 25 | 15 | 5 |
| 900 | 0174 | 0104 | 0034 |



## BIBLIOGRAPHIE


[1] SANTON, L. et MARCOU, C. *Un enregistreur de profil de houle pour laboratoire.* *C.R.A.S. t. 235, pp. 1278-1280.*

[2] SANTON, L. et MARCOU, C. *Enregistrement graphique du profil d'une houle produite en laboratoire.* *La Houille Blanche, N° 3, pp. 411-415, 1953.*

[3] JOLAS, P. *Contribution à l'étude des oscillations périodiques des liquides pesants avec surface libre.* *Thèse, Grenoble, 1963.*

[4] GUERREIRO, J. *Etude expérimentale des oscillations de premier et de second ordre engendrées dans un canal à houle par un batteur piston.* *Thèse, Grenoble, 1960.*

[5] APTÉ, A. et MARCOU, C. *Seiche in ports.* *Proc. of the Vth Cong. on Coast. Eng. ch. 8, pp. 85-94, 1954.*

[6] GAILLARD, P. *Thèse, Grenoble, 1962.*

[7] CASTRO, C. *Etude du coefficient de réflexion de la houle de laboratoire pour des talus lisses et rugueux.* *Thèse, Grenoble, 1963.*

[8] WITKOWSKA, H. *Evolution de la houle en canal sous l'action d'une variation de la profondeur.* *Thèse, Grenoble, 1964.*

[9] BOCZAR-KARAKIEWICZ, B. et MARCOU, C. *Sur le contrôle expérimental de la théorie de la houle complexe.* *C.R.A.S. t. 266, série A, pp. 157-159, 1968.*

[10] MATTSON, A. *Sur la vérification expérimentale des lois théoriques d'une houle complexe.* *La Houille Blanche, N° 1, pp. 64-77, 1962.*

[11] MARCOU, C. *Contribution expérimentale à l'étude de la houle complexe de laboratoire.* *Thèse, Grenoble, 1969.*

[12] MARCOU, C. *Mesures précises de la houle de laboratoire.*
*Actes du Congrès A.I.R.H. Lisbonne, 1957.*

[13] GUERREIRO, J., KRAVTCHENKO, J.
*C.R.A.S. t. 262, série A, p. 1069, 1966.*

[14] BIESEL, F. *Equations générales de la houle au second ordre de la houle irrégulière.*
*La Houille Blanche, N° 3, pp. 569-576, 1952.*

[15] KRAVTCHENKO, J., SANTON, L. *Nouvelles recherches sur la houle de laboratoire.*
*Actes du Congrès A.I.R.H., D-2-1, pp. 1-15, Lisbonne, 1957.*

[16] DAUBERT, A. *Calcul de la houle complexe au troisième ordre.*
*Thèse, Grenoble, 1958.*

[17] SCHOEMAKER, J., THIJSSE, J. *Investigations of the reflexion of waves.*
*International Association for Hydraulics Structures Research (I.A.H.S.R.), Grenoble, 1949.*

[18] GRESLOU, L., MAHE, Y. *Etude du coefficient de réflexion d'une houle sur un obstacle constitué par un plan incliné.*
*Proc. Ve Cong. Coast. Eng. pp. 68-84, 1954.*

[19] LAURENT, J., DEVIMEUX, W. *Etude expérimentale de la réflexion de la houle sur les obstacles accordés.*
*Revue Générale de l'Hydraulique, N° 65, 1951.*

[20] URSELL, F., DEAN, R.G., YU, Y.S. *Forced small-amplitude water waves : a comparaison of theory and experiment.*
*J. Fluids Mechanics, Vol. 7, Part 1, pp. 33-52, 1960.*

[21] DEAN, R.G., URSELL, F. *Interaction of a fixed, semi-immersed circular cylinder with a train of surface waves.*
*Hydrodynamics Lab. Dep. Civil Sanitary Engin. M.I.T., Technical Report N° 37, 1959.*

# CHAPITRE III

# RESULTATS

## I. ENSEMBLE NUMERIQUE DES RESULTATS.

### 1. Spectres comparés des houles.

Avec les houles ci-dessus définies réalisées sur l'installation, on a étudié en premier lieu les phénomènes du point de vue de la transformation des spectres des houles passant du compartiment en amont de l'écran, dans le compartiment en aval de l'écran, à l'aide des enregistrements des profils aux positions d'amplitude maxima et minima.

Nous avons considéré les spectres jusqu'à l'harmonique 3 inclus seulement car les valeurs correspondantes aux harmoniques 4 et 5, se sont révélées trop faibles dans tous les essais pour être prises en considération. Egalement, nous n'avons pas fait de corrections d'interactions non linéaires ; en effet celles-ci, a priori très faibles dans la gamme de houles utilisées, sont négligeables devant d'autres effets. Les spectres comparés des houles sont donnés dans les tableaux V, VI, VII, VIII, IX, X, XI.

Les tableaux V, VI, VII, VIII, IX donnent les résultats obtenus en profondeur H = 55 cm pour les hauteurs d'écran D = 10, 20, 30, 40, 50 cm et pour des profondeurs relatives définies par $0.137 \leq H/\lambda \leq 0.550$. Les résultats du tableau X correspondent à la profondeur H = 40 cm pour les hauteurs d'écran D = 10, 20, 30 cm en profondeur relative $H/\lambda = 0.066$. Enfin le tableau XI correspond aux résultats en profondeur H = 35 cm et hauteurs d'écran D = 10, 20, 30 cm en profondeur relative $H/\lambda = 0.038$.

L'analyse comparée des tableaux donnant les spectres des houles, fait ressortir le fait que l'amplitude du fondamental (incident) dans le compartiment amont et l'amplitude du fondamental (transmis) dans le compartiment aval augmentent avec la cambrure ; l'amplitude dans le compartiment aval est d'autant plus faible que la hauteur de l'écran est plus importante.

L'amplitude de l'harmonique 2 dans la gamme des profondeurs relatives $0.137 \leq H/\lambda \leq 0.55$ est de l'ordre de 5 % de l'amplitude incidente fondamentale et devient plus importante dans le compartiment aval ; l'amplitude de l'harmonique 2 dans les deux compartiments augmente avec la cambrure. Il existe un renforcement de l'harmonique 2 aux faibles profondeurs relatives ; nous l'avons constaté particulièrement pour la profondeur relative $H/\lambda = 0.038$ : son amplitude est dans ces conditions de l'ordre de 15 % de l'amplitude incidente fondamentale.

L'harmonique 3 est faible dans la gamme des profondeurs relatives $0.066 \leq H/\lambda \leq 0.55$ : son amplitude est de l'ordre de 2 % de l'amplitude incidente fondamentale. Pour la profondeur relative $H/\lambda = 0.038$, il existe aussi un renforcement de l'harmonique 3 ; son amplitude est alors de l'ordre de 6 % de l'amplitude incidente fondamentale. On constate que l'harmonique 3 augmente avec la cambrure et devient plus importante dans le compartiment aval.

Les perturbations assez régulières au droit de l'écran, très discrètes pour des hauteurs relatives de l'écran $D/H \leq 0.545$, se renforcent rapidement au delà de cette valeur en augmentant en fonction de la cambrure $\delta$ et de la profondeur relative $H/\lambda$ . Enfin quand le bord supérieur de l'écran immergé est très près de la surface libre (D = 50 cm), il se produit au niveau de l'obstacle une agitation désordonnée ; on constate qu'à l'aval, la surface libre est alors beaucoup plus "ondulée" ; comme le montrent les spectres comparés des houles des tableaux précédents, l'amplitude des harmoniques 2 et 3 augmente.

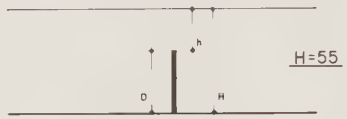
# SPECTRES COMPARES DES HOULES

(AMONT — AVAL)

D/H = 0.909 | D = 50 | 0.550 ≥ H/λ ≥ 0.137

| | | AMONT ECRAN | | | | | | | | AVAL ECRAN | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | VENTRE | | | | NOEUD | | | | VENTRE | | | | NOEUD | | | |
| λ | Cambrure Fondamental | Distance du Batteur | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique |
| 100 | 1.46 | 32.00 | 3.012 | 0.086 | 0.007 | 41.00 | 0.918 | 0.104 | 0.095 | 123.00 | 1.341 | 0.091 | 0.061 | 127.00 | 1.178 | 0.107 | 0.020 |
| | 8.66 | 39.00 | 4.116 | 0.149 | 0.028 | 44.00 | 2.618 | 0.331 | 0.034 | 123.00 | 3.764 | 0.349 | 0.123 | 123.00 | 2.979 | 0.169 | 0.074 |
| 125 | 0.96 | 46.00 | 1.714 | 0.042 | 0.053 | 44.00 | 0.705 | 0.063 | 0.007 | 126.00 | 0.996 | 0.123 | 0.068 | 127.00 | 1.076 | 0.156 | 0.044 |
| | 3.15 | 41.00 | 3.695 | 0.179 | 0.072 | 44.00 | 1.694 | 0.153 | 0.044 | 126.00 | 2.012 | 0.369 | 0.007 | 129.00 | 2.135 | 0.257 | 0.137 |
| 175 | 1.40 | 43.00 | 3.357 | 0.169 | 0.019 | 46.00 | 1.180 | 0.146 | 0.052 | 132.00 | 1.892 | 0.395 | 0.087 | 125.00 | 1.353 | 0.312 | 0.120 |
| | 2.48 | 44.00 | 6.180 | 0.201 | 0.123 | 49.00 | 3.528 | 0.183 | 0.043 | 119.00 | 3.008 | 0.764 | 0.121 | 123.00 | 3.650 | 0.353 | 0.150 |
| 200 | 0.90 | 38.00 | 2.719 | 0.069 | 0.043 | 49.00 | 0.915 | 0.052 | 0.080 | 119.00 | 1.434 | 0.218 | 0.209 | 126.00 | 1.398 | 0.189 | 0.204 |
| | 2.14 | 39.00 | 6.168 | 0.214 | 0.116 | 43.00 | 3.324 | 0.191 | 0.021 | 119.00 | 3.954 | 0.962 | 0.306 | 132.00 | 3.125 | 0.705 | 0.354 |
| 300 | 0.60 | 39.00 | 2.885 | 0.027 | 0.061 | 40.00 | 0.744 | 0.110 | 0.038 | 115.00 | 1.342 | 0.208 | 0.081 | 121.00 | 1.130 | 0.137 | 0.103 |
| | 0.87 | 33.00 | 4.123 | 0.160 | 0.087 | 40.00 | 1.109 | 0.126 | 0.039 | 119.00 | 1.784 | 0.403 | 0.188 | 120.00 | 1.625 | 0.307 | 0.183 |
| | 1.09 | 33.00 | 5.111 | 0.134 | 0.269 | 41.00 | 1.491 | 0.150 | 0.057 | 115.00 | 1.924 | 0.508 | 0.263 | 123.00 | 1.780 | 0.354 | 0.298 |
| 400 | 0.20 | 37.00 | 1.320 | 0.133 | 0.039 | 47.00 | 0.319 | 0.021 | 0.021 | 131.00 | 0.634 | 0.032 | 0.034 | 141.00 | 0.408 | 0.024 | 0.090 |
| | 0.44 | 37.00 | 2.801 | 0.033 | 0.054 | 49.00 | 0.745 | 0.083 | 0.026 | 130.00 | 1.376 | 0.159 | 0.063 | 141.00 | 0.833 | 0.123 | 0.060 |
| | 0.71 | 37.00 | 4.289 | 0.160 | 0.141 | 46.00 | 1.506 | 0.122 | 0.160 | 109.00 | 1.995 | 0.292 | 0.194 | 126.00 | 1.320 | 0.149 | 0.169 |

TAB.V




D/H = 0.727 | D = 40 | 0.550 ≥ H/λ ≥ 0.137

| | | AMONT ECRAN | | | | | | | | AVAL ECRAN | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | VENTRE | | | | NOEUD | | | | VENTRE | | | | NOEUD | | | |
| λ | Cambrure Fondamental | Distance du Batteur | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique |
| 100 | 1.50 | 38.00 | 1.741 | 0.118 | 0.094 | 46.00 | 1.392 | 0.051 | 0.051 | 133.00 | 1.404 | 0.149 | 0.090 | 127.00 | 1.288 | 0.066 | 0.019 |
| | 3.04 | 39.00 | 3.436 | 0.272 | 0.113 | 46.00 | 2.645 | 0.036 | 0.040 | 128.00 | 3.952 | 0.313 | 0.063 | 125.00 | 2.919 | 0.113 | 0.033 |
| | 4.93 | 39.50 | 5.531 | 0.533 | 0.160 | 41.00 | 4.338 | 0.547 | 0.040 | 119.00 | 4.417 | 0.396 | 0.113 | 122.00 | 4.624 | 0.186 | 0.075 |
| 125 | 1.03 | 42.00 | 1.528 | 0.021 | 0.053 | 44.00 | 1.059 | 0.040 | 0.040 | 135.00 | 1.200 | 0.027 | 0.047 | 126.00 | 1.123 | 0.029 | 0.020 |
| | 2.14 | 44.00 | 3.150 | 0.165 | 0.039 | 44.00 | 2.209 | 0.059 | 0.015 | 126.00 | 2.521 | 0.161 | 0.131 | 122.00 | 2.362 | 0.093 | 0.015 |
| | 3.30 | 42.00 | 4.859 | 0.344 | 0.086 | 44.00 | 3.460 | 0.156 | 0.081 | 121.00 | 3.832 | 0.501 | 0.063 | 123.00 | 3.838 | 0.167 | 0.137 |
| 175 | 1.08 | 43.00 | 2.518 | 0.039 | 0.015 | 49.00 | 1.255 | 0.027 | 0.029 | 140.00 | 1.802 | 0.082 | 0.100 | 125.00 | 1.660 | 0.091 | 0.060 |
| | 2.14 | 42.00 | 4.895 | 0.139 | 0.021 | 47.00 | 2.612 | 0.029 | 0.036 | 140.00 | 3.352 | 0.900 | 0.107 | 126.00 | 3.214 | 0.194 | 0.007 |
| | 3.20 | 44.00 | 7.120 | 0.365 | 0.064 | 48.00 | 4.186 | 0.157 | 0.081 | 142.00 | 4.210 | 0.310 | 0.183 | 129.00 | 4.304 | 0.312 | 0.181 |
| 200 | 1.39 | 38.00 | 1.741 | 0.118 | 0.074 | 46.00 | 1.332 | 0.061 | 0.051 | 133.00 | 1.904 | 0.145 | 0.090 | 127.00 | 1.273 | 0.065 | 0.019 |
| | 2.19 | 38.00 | 3.502 | 0.156 | 0.057 | 48.00 | 3.026 | 0.095 | 0.134 | 129.00 | 2.575 | 0.114 | 0.229 | 129.00 | 2.514 | 0.061 | 0.168 |
| | 3.22 | 38.00 | 4.594 | 0.163 | 0.061 | 48.00 | 3.239 | 0.168 | 0.073 | 119.00 | 3.861 | 0.993 | 0.213 | 124.00 | 3.881 | 0.338 | 0.167 |
| 300 | 0.72 | 42.00 | 3.054 | 0.146 | 0.039 | 54.00 | 1.308 | 0.085 | 0.027 | 119.00 | 2.120 | 0.180 | 0.029 | 129.00 | 1.596 | 0.178 | 0.069 |
| | 1.37 | 32.00 | 5.690 | 0.184 | 0.059 | 40.00 | 2.696 | 0.296 | 0.063 | 112.00 | 3.229 | 0.632 | 0.300 | 121.00 | 3.392 | 0.981 | 0.139 |
| | 1.98 | 30.00 | 8.030 | 0.393 | 0.121 | 39.00 | 3.893 | 0.198 | 0.094 | 130.00 | 5.095 | 0.942 | 0.210 | 140.00 | 4.598 | 0.392 | 0.243 |
| 400 | 0.31 | 34.00 | 1.785 | 0.061 | 0.059 | 46.00 | 0.737 | 0.009 | 0.027 | 107.00 | 1.232 | 0.091 | 0.009 | 126.00 | 0.935 | 0.086 | 0.044 |
| | 0.67 | 35.00 | 3.228 | 0.085 | 0.190 | 45.00 | 1.659 | 0.060 | 0.009 | 109.00 | 2.533 | 0.104 | 0.036 | 124.00 | 1.765 | 0.091 | 0.060 |
| | 1.03 | 32.00 | 5.623 | 0.339 | 0.146 | 44.00 | 2.767 | 0.093 | 0.080 | 110.00 | 3.829 | 0.193 | 0.192 | 119.00 | 3.005 | 0.145 | 0.243 |

TAB.VI

# SPECTRES COMPARES DES HOULES

## (AMONT—AVAL)

D/H=0.545 — D=30 — 0.550≤H/λ≤0.137

| | | AMONT ECRAN | | | | | | | | AVAL ECRAN | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | VENTRE | | | | NOEUD | | | | VENTRE | | | | NOEUD | | | |
| λ | Cambrure Fondamental | Distance du Batteur | Fondamental | 2ème Harmonique | 3ème Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2ème Harmonique | 3ème Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2ème Harmonique | 3ème Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2ème Harmonique | 3ème Harmonique |
| 100 | 1.32 | 383.00 | 1.601 | 0.065 | 0.048 | 408.00 | 1.429 | 0.007 | 0.051 | 1297.00 | 1.493 | 0.098 | 0.034 | 1233.00 | 1.391 | 0.089 | 0.013 |
| | 3.01 | 379.00 | 3.191 | 0.342 | 0.021 | 418.00 | 2.899 | 0.184 | 0.084 | 1293.00 | 2.999 | 0.264 | 0.066 | 1225.00 | 2.718 | 0.098 | 0.029 |
| | 4.52 | 397.00 | 4.733 | 0.281 | 0.078 | 443.00 | 4.500 | 0.141 | 0.073 | 1297.00 | 4.436 | 0.310 | 0.101 | 1237.00 | 4.295 | 0.121 | 0.085 |
| 125 | 1.13 | 406.00 | 1.493 | 0.098 | 0.019 | 444.00 | 1.383 | 0.104 | 0.033 | 1235.00 | 1.408 | 0.086 | 0.039 | 1266.00 | 1.342 | 0.089 | 0.031 |
| | 2.25 | 416.00 | 3.011 | 0.184 | 0.160 | 463.00 | 3.603 | 0.249 | 0.068 | 1239.00 | 3.396 | 0.199 | 0.108 | 1232.00 | 3.624 | 0.024 | 0.044 |
| | 3.38 | 405.00 | 4.533 | 0.185 | 0.012 | 477.00 | 3.927 | 0.032 | 0.100 | 1234.00 | 4.183 | 0.323 | 0.090 | 1266.00 | 4.066 | 0.231 | 0.089 |
| 175 | 0.85 | 433.00 | 1.700 | 0.029 | 0.046 | 448.00 | 1.339 | 0.020 | 0.060 | 1303.00 | 1.490 | 0.053 | 0.031 | 1230.00 | 1.398 | 0.087 | 0.036 |
| | 1.68 | 433.00 | 3.386 | 0.135 | 0.034 | 491.00 | 2.987 | 0.051 | 0.063 | 1309.00 | 3.336 | 0.233 | 0.053 | 1258.00 | 3.765 | 0.103 | 0.066 |
| | 2.57 | 434.00 | 5.197 | 0.393 | 0.061 | 479.00 | 3.807 | 0.128 | 0.034 | 1201.80 | 4.410 | 0.490 | 0.122 | 1297.00 | 4.083 | 0.135 | 0.108 |
| 200 | 1.28 | 447.00 | 2.831 | 0.141 | 0.090 | 537.00 | 2.258 | 0.121 | 0.075 | 1169.00 | 2.476 | 0.130 | 0.030 | 1165.00 | 2.183 | 0.080 | 0.041 |
| | 1.88 | 448.00 | 4.248 | 0.121 | 0.081 | 533.00 | 3.335 | 0.100 | 0.090 | 1119.00 | 3.389 | 0.190 | 0.070 | 1169.00 | 3.900 | 0.112 | 0.082 |
| | 2.65 | 426.00 | 6.001 | 0.231 | 0.120 | 539.00 | 4.600 | 0.150 | 0.092 | 1116.00 | 5.035 | 0.110 | 0.125 | 1161.00 | 4.608 | 0.198 | 0.090 |
| 300 | 0.92 | 476.00 | 2.360 | 0.034 | 0.015 | 536.00 | 1.955 | 0.028 | 0.037 | 1195.00 | 2.301 | 0.101 | 0.015 | 1237.00 | 1.845 | 0.057 | 0.029 |
| | 1.36 | 457.00 | 4.190 | 0.076 | 0.014 | 558.00 | 3.392 | 0.191 | 0.013 | 1183.00 | 4.081 | 0.128 | 0.060 | 1297.00 | 3.559 | 0.228 | 0.090 |
| | 1.97 | 466.00 | 5.125 | 0.123 | 0.084 | 594.00 | 4.689 | 0.141 | 0.076 | 1161.00 | 5.663 | 0.121 | 0.093 | 1267.00 | 5.099 | 0.153 | 0.101 |
| 400 | 0.29 | 335.00 | 1.936 | 0.015 | 0.033 | 444.00 | 0.836 | 0.044 | 0.019 | 1315.00 | 1.287 | 0.048 | 0.031 | 1421.00 | 0.893 | 0.029 | 0.030 |
| | 0.60 | 339.00 | 2.960 | 0.034 | 0.041 | 471.00 | 1.894 | 0.028 | 0.046 | 1374.00 | 2.553 | 0.184 | 0.067 | 1415.00 | 1.894 | 0.081 | 0.041 |

TAB. VII

D/H=0.363 — D=20 — 0.550≤H/λ≤0.137

| | | AMONT ECRAN | | | | | | | | AVAL ECRAN | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | VENTRE | | | | NOEUD | | | | VENTRE | | | | NOEUD | | | |
| λ | Cambrure Fondamental | Distance du Batteur | Fondamental | 2ème Harmonique | 3ème Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2ème Harmonique | 3ème Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2ème Harmonique | 3ème Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2ème Harmonique | 3ème Harmonique |
| 100 | 1.55 | 370.00 | 1.675 | 0.039 | 0.059 | 412.00 | 1.439 | 0.069 | 0.007 | 1249.00 | 1.587 | 0.105 | 0.015 | 1225.00 | 1.395 | 0.049 | 0.010 |
| | 3.08 | 378.00 | 3.184 | 0.105 | 0.094 | 430.00 | 2.928 | 0.338 | 0.101 | 1298.00 | 3.135 | 0.324 | 0.073 | 1299.00 | 2.916 | 0.434 | 0.058 |
| | 4.59 | 397.00 | 4.654 | 0.209 | 0.054 | 475.00 | 4.344 | 0.457 | 0.039 | 1294.00 | 4.449 | 0.405 | 0.021 | 1299.00 | 4.392 | 0.301 | 0.048 |
| 125 | 1.13 | 422.00 | 1.493 | 0.095 | 0.033 | 452.00 | 1.990 | 0.097 | 0.013 | 1236.00 | 1.515 | 0.082 | 0.031 | 1266.00 | 1.402 | 0.094 | 0.039 |
| | 2.31 | 428.00 | 2.972 | 0.172 | 0.021 | 486.00 | 2.811 | 0.063 | 0.030 | 1239.00 | 2.858 | 0.209 | 0.084 | 1230.00 | 2.676 | 0.085 | 0.029 |
| | 3.50 | 430.00 | 4.463 | 0.311 | 0.033 | 492.00 | 4.320 | 0.307 | 0.032 | 1233.00 | 4.232 | 0.495 | 0.002 | 1268.00 | 4.194 | 0.134 | 0.107 |
| 175 | 0.76 | 418.00 | 1.988 | 0.007 | 0.034 | 455.00 | 1.319 | 0.054 | 0.038 | 1308.00 | 1.359 | 0.036 | 0.037 | 1250.00 | 1.157 | 0.097 | 0.019 |
| | 1.54 | 431.00 | 2.935 | 0.137 | 0.015 | 468.00 | 2.953 | 0.090 | 0.052 | 1300.00 | 3.095 | 0.094 | 0.089 | 1281.00 | 2.580 | 0.150 | 0.015 |
| | 2.36 | 431.00 | 4.419 | 0.194 | 0.027 | 498.00 | 3.852 | 0.079 | 0.057 | 1300.00 | 4.119 | 0.262 | 0.027 | 1235.00 | 3.870 | 0.119 | 0.099 |
| 200 | 1.19 | 416.00 | 2.804 | 0.093 | 0.031 | 492.00 | 2.289 | 0.032 | 0.369 | 1315.00 | 2.618 | 0.089 | 0.283 | 1230.00 | 2.133 | 0.428 | 0.372 |
| | 1.85 | 430.00 | 3.658 | 0.280 | 0.288 | 490.00 | 3.579 | 0.418 | 0.319 | 1325.00 | 3.790 | 0.271 | 0.287 | 1257.00 | 3.570 | 0.205 | 0.333 |
| | 2.42 | 404.00 | 5.079 | 0.309 | 0.016 | 498.00 | 4.936 | 0.353 | 0.176 | 1321.00 | 5.100 | 0.406 | 0.199 | 1267.00 | 4.659 | 0.319 | 0.209 |
| 300 | 0.67 | 448.00 | 3.185 | 0.061 | 0.007 | 519.00 | 1.661 | 0.081 | 0.007 | 1178.00 | 3.149 | 0.063 | 0.007 | 1298.00 | 1.587 | 0.123 | 0.027 |
| | 1.27 | 447.00 | 4.198 | 0.173 | 0.034 | 529.00 | 3.583 | 0.087 | 0.027 | 1186.00 | 3.951 | 0.140 | 0.061 | 1240.00 | 3.460 | 0.128 | 0.100 |
| | 1.89 | 458.00 | 6.366 | 0.215 | 0.033 | 633.00 | 5.496 | 0.306 | 0.086 | 1162.00 | 5.632 | 0.284 | 0.067 | 1228.00 | 5.388 | 0.194 | 0.042 |
| 400 | 0.28 | 374.00 | 1.332 | 0.033 | 0.019 | 426.00 | 0.900 | 0.029 | 0.024 | 1378.00 | 1.398 | 0.053 | 0.013 | 1426.00 | 0.980 | 0.048 | 0.024 |
| | 0.58 | 332.00 | 3.268 | 0.114 | 0.015 | 422.00 | 1.951 | 0.069 | 0.021 | 1388.00 | 3.646 | 0.162 | 0.009 | 1446.00 | 1.913 | 0.067 | 0.038 |
| | 0.91 | 379.00 | 4.061 | 0.269 | 0.024 | 478.00 | 3.283 | 0.183 | 0.048 | 1387.00 | 3.941 | 0.283 | 0.045 | 1447.00 | 2.995 | 0.319 | 0.018 |

TAB. VIII

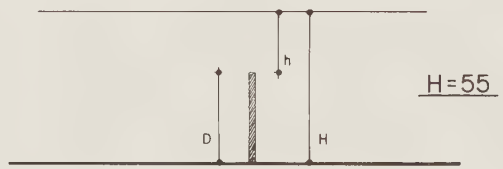
# SPECTRES COMPARES DES HOULES

## (AMONT—AVAL)

D/H=0.181 | D=10 | 0.550≥H/λ≥0.137

| | | AMONT ECRAN | | | | | | | | AVAL ECRAN | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | VENTRE | | | | NOEUD | | | | VENTRE | | | | NOEUD | | | |
| λ | Cambrure Fondamental | Distance du Batteur | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique |
| 100 | 1.58 | 394.00 | 1.660 | 0.056 | 0.019 | 412.00 | 1.488 | 0.033 | 0.020 | 1249.00 | 1.595 | 0.036 | 0.013 | 1275.00 | 1.406 | 0.013 | 0.015 |
| | 3.11 | 398.00 | 3.200 | 0.082 | 0.047 | 421.00 | 3.032 | 0.174 | 0.029 | 1249.00 | 3.134 | 0.281 | 0.021 | 1275.00 | 2.897 | 0.109 | 0.042 |
| | 4.55 | 397.00 | 4.660 | 0.286 | 0.067 | 428.00 | 4.433 | 0.304 | 0.052 | 1247.00 | 4.520 | 0.400 | 0.106 | 1274.00 | 4.392 | 0.296 | 0.052 |
| 125 | 1.20 | 428.00 | 1.532 | 0.100 | 0.027 | 459.00 | 1.476 | 0.015 | 0.042 | 1238.00 | 1.516 | 0.069 | 0.029 | 1267.00 | 1.461 | 0.024 | 0.029 |
| | 2.42 | 426.00 | 3.076 | 0.212 | 0.040 | 459.00 | 2.985 | 0.074 | 0.021 | 1236.00 | 2.991 | 0.160 | 0.051 | 1270.00 | 2.753 | 0.078 | 0.047 |
| | 3.53 | 448.00 | 4.456 | 0.465 | 0.097 | 482.00 | 4.386 | 0.100 | 0.102 | 1234.00 | 4.298 | 0.124 | 0.047 | 1266.00 | 4.190 | 0.203 | 0.034 |
| 175 | 0.74 | 411.00 | 1.387 | 0.405 | 0.034 | 453.00 | 1.198 | 0.027 | 0.042 | 1209.00 | 1.349 | 0.024 | 0.040 | 1250.00 | 1.158 | 0.024 | 0.034 |
| | 1.48 | 435.00 | 2.621 | 0.141 | 0.042 | 459.00 | 2.488 | 0.068 | 0.029 | 1209.00 | 2.631 | 0.128 | 0.009 | 1252.00 | 2.481 | 0.063 | 0.069 |
| | 2.24 | 432.00 | 4.014 | 0.225 | 0.013 | 465.00 | 3.829 | 0.155 | 0.046 | 1209.00 | 3.923 | 0.249 | 0.090 | 1253.00 | 3.742 | 0.118 | 0.083 |
| 200 | 1.19 | 418.00 | 2.526 | 0.149 | 0.069 | 478.00 | 2.264 | 0.094 | 0.042 | 1206.00 | 2.426 | 0.029 | 0.063 | 1260.00 | 1.998 | 0.131 | 0.080 |
| | 1.91 | 420.00 | 3.983 | 0.269 | 0.186 | 496.00 | 3.664 | 0.161 | 0.223 | 1228.00 | 3.784 | 0.267 | 0.060 | 1270.00 | 3.481 | 0.089 | 0.121 |
| | 2.37 | 421.00 | 4.887 | 0.398 | 0.100 | 479.00 | 4.587 | 0.059 | 0.155 | 1234.00 | 4.853 | 0.441 | 0.026 | 1270.00 | 4.410 | 0.428 | 0.019 |
| 300 | 0.59 | 416.00 | 1.979 | 0.020 | 0.061 | 493.00 | 1.564 | 0.019 | 0.027 | 1176.00 | 1.962 | 0.024 | 0.012 | 1253.00 | 1.987 | 0.089 | 0.054 |
| | 1.19 | 444.00 | 3.798 | 0.164 | 0.080 | 518.00 | 3.345 | 0.137 | 0.066 | 1190.00 | 3.780 | 0.109 | 0.033 | 1242.00 | 3.295 | 0.182 | 0.063 |
| | 1.77 | 436.00 | 5.541 | 0.265 | 0.020 | 522.00 | 5.106 | 0.250 | 0.013 | 1197.00 | 5.480 | 0.220 | 0.721 | 1266.00 | 4.992 | 0.412 | 0.015 |
| 400 | 0.28 | 313.00 | 1.394 | 0.034 | 0.000 | 420.00 | 0.900 | 0.034 | 0.027 | 1317.00 | 1.294 | 0.061 | 0.013 | 1415.00 | 0.868 | 0.036 | 0.007 |
| | 0.57 | 311.00 | 2.677 | 0.124 | 0.000 | 422.00 | 1.908 | 0.096 | 0.009 | 1100.00 | 2.523 | 0.042 | 0.021 | 1196.00 | 1.979 | 0.027 | 0.015 |
| | 0.89 | 304.00 | 3.985 | 0.214 | 0.053 | 406.00 | 3.166 | 0.224 | 0.026 | 1107.00 | 3.923 | 0.168 | 0.074 | 1195.00 | 3.026 | 0.189 | 0.038 |

TAB. IX



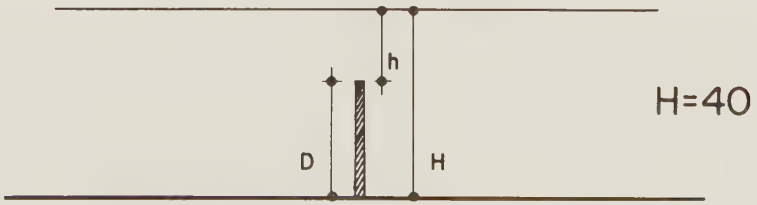
# SPECTRES COMPARES DES HOULES

## ANALYS HARMONIQUE EN 3 POINTS

### METHODE DES MOINDRES CARRES

| | H/λ=0.066 | λ=600 | | | 0.250≤D/H≤0.750 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | AMONT ECRAN | | | AVAL ECRAN | | |
| D | Cambrure Fondamental | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique |
| 10 | 0.23 | 1.395 | 0.082 | 0.023 | 1.369 | 0.159 | 0.018 |
| | 0.31 | 1.902 | 0.122 | 0.041 | 1.823 | 0.277 | 0.029 |
| | 0.39 | 2.340 | 0.233 | 0.021 | 2.276 | 0.473 | 0.040 |
| 20 | 0.21 | 1.261 | 0.063 | 0.007 | 1.187 | 0.121 | 0.007 |
| | 0.28 | 1.693 | 0.102 | 0.010 | 1.530 | 0.220 | 0.023 |
| | 0.36 | 2.166 | 0.118 | 0.022 | 1.965 | 0.396 | 0.014 |
| 30 | 0.21 | 1.280 | 0.039 | 0.025 | 1.038 | 0.106 | 0.020 |
| | 0.28 | 1.716 | 0.083 | 0.007 | 1.353 | 0.186 | 0.014 |
| | 0.35 | 2.108 | 0.150 | 0.044 | 1.665 | 0.287 | 0.039 |

TAB. X



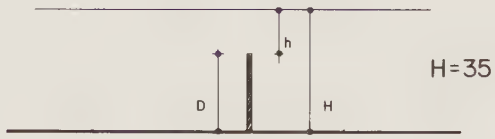
# SPECTRES COMPARES DES HOULES

(AMONT — AVAL)

$H/\lambda = 0.038$ | $\lambda = 900$ | $0.285 \leq D/H \leq 0.857$

| | | AMONT ECRAN | | | | | | | | AVAL ECRAN | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | VENTRE | | | | NOEUD | | | | VENTRE | | | | NOEUD | | | |
| D | Cambrure Fondamental | Distance du Batteur | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique | Distance du Batteur | Fondamental | 2e Harmonique | 3e Harmonique |
| 10 | 0.17 | 56%00 | 1.956 | 0.125 | 0.085 | 41%00 | 1.179 | 0.262 | 0.070 | 101%00 | 1.997 | 0.231 | 0.019 | 131%00 | 1.843 | 0.278 | 0.021 |
| | 0.24 | 66%00 | 2.557 | 0.221 | 0.033 | 41%00 | 1.813 | 0.369 | 0.021 | 103%00 | 2.628 | 0.781 | 0.126 | 133%00 | 1.976 | 0.309 | 0.143 |
| | 0.31 | 57%00 | 3.103 | 0.416 | 0.054 | 41%00 | 2.392 | 0.400 | 0.043 | 103%00 | 3.182 | 0.691 | 0.203 | 135%00 | 2.489 | 0.373 | 0.270 |
| 20 | 0.16 | 60%00 | 1.843 | 0.207 | 0.061 | 42%00 | 1.176 | 0.106 | 0.052 | 101%00 | 1.825 | 0.222 | 0.007 | 134%00 | 1.160 | 0.203 | 0.015 |
| | 0.23 | 59%00 | 2.419 | 0.335 | 0.036 | 43%00 | 1.716 | 0.379 | 0.033 | 102%00 | 2.358 | 0.462 | 0.069 | 138%00 | 1.637 | 0.304 | 0.146 |
| | 0.30 | 58%00 | 2.985 | 0.446 | 0.052 | 45%00 | 2.315 | 0.390 | 0.054 | 103900 | 2.924 | 0.707 | 0.155 | 134%00 | 1.908 | 0.621 | 0.142 |
| 30 | 0.10 | 275.00 | 1.040 | 0.143 | 0.141 | 459.00 | 0.735 | 0.089 | 0.104 | 100%00 | 0.949 | 0.155 | 0.059 | 1299.00 | 0.492 | 0.166 | 0.133 |
| | 0.18 | 28%00 | 1.962 | 0.149 | 0.285 | 48%00 | 1.454 | 0.148 | 0.133 | 101%00 | 1.394 | 0.354 | 0.051 | 134%00 | 0.926 | 0.116 | 0.027 |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |

TAB.XI



2. Influence de l'écran sur la longueur d'onde.

Les longueurs d'onde et les hauteurs de fonctionnement ont été choisies à fin de réaliser une gamme très large de profondeurs relatives ($0.038 \leq H/\lambda \leq 0.55$). Les périodes nécessaires pour réaliser les conditions précédentes ont été calculées à partir de la relation d'Airy

$$\lambda = \frac{g T^2}{2\pi} th \frac{2\pi H}{\lambda}$$

Une des particularités de l'appareillage de mesure utilisé, comme on l'a vu précédemment, est de permettre dans des conditions très particulières la mesure de la longueur d'onde. Dans le cas de la houle courte bidimensionnelle pratiquement monopériodique à très faible cambrure, les déterminations de la longueur d'onde $\lambda$ du fondamental au S.M. donnent des valeurs concordantes à 0,5 % près les valeurs calculées à partir de la relation d'Airy. MARCOU [1].

Dans nos essais, ces conditions sont remplies très rarement ; il a paru toutefois intéressant de déterminer par des mesures les modifications de cette longueur d'onde en présence de l'écran dans la gamme des essais effectués. A cet effet, nous avons réalisé chaque fois deux mesures en amont de l'écran, une au voisinage de l'écran et deux en aval de l'écran, espacés convenablement tout au long du canal. Les déterminations faites au voisinage de l'écran doivent être considérées avec réserve du fait de la présence à cet endroit de "phénomènes parasites" à la surface libre.

Les tableaux XII, XIII, XIV, XV, XVI, XVII permettent d'apprécier comparativement les désaccords entre les valeurs numériques adoptées et les valeurs mesurées au S.M.

Pour une longueur d'onde $\lambda$ = 100 cm (Airy) en profondeur H = 55 cm (tableau XII), les valeurs mesurées de la longueur d'onde concordent avec les valeurs théoriques à 1 % près pour des hauteurs de l'écran $D \leq 40$ cm ; la concordance est moins bonne quand la hauteur de l'écran et la cambrure augmentent. Nous n'avons pas pu mettre en évidence, dans ce cas, de variation systématique de la longueur d'onde du fondamental dans les compartiments amont et aval.

Pour une longueur d'onde $\lambda$ = 200 cm (Airy) en profondeur H = 55 cm (tableau XIII), la concordance des valeurs mesurées de la longueur d'onde avec la valeur théorique est du même ordre que précédemment pour des hauteurs de l'écran $D \leq 30$ cm, pour des hauteurs de l'écran supérieures, la concordance est également moins bonne ; au voisinage de l'écran pour une hauteur D = 50 cm, la présence des perturbations dans la masse du liquide rend les mesures au S.M. très aléatoires. En général, les valeurs mesurées de la longueur d'onde pour toutes les hauteurs de l'écran sont restées inférieures à la valeur théorique dans les deux compartiments.

Pour une longueur d'onde $\lambda$ = 300 cm (Airy) en profondeur H = 55 cm (tableau XIV), la concordance entre les valeurs mesurées et les valeurs théoriques est de l'ordre de 2 % (cas ; D $\leq$ 20 cm) ; les valeurs supérieures sont obtenues systématiquement dans le compartiment aval ; dans le cas : D $\geq$ 30 cm, les valeurs mesurées dans le compartiment aval sont en moyenne de 5 % supérieures à la valeur d'Airy ; par contre dans le compartiment amont elles sont inférieures à 1 % ; la présence de fortes perturbations au voisinage de l'écran pour une hauteur D = 50 cm, ont rendu les mesures au S.M. impossibles.

En profondeur H = 55 cm, pour la longueur d'onde $\lambda$ = 400 cm (Airy), tableau XV, l'agitation désordonnée de la surface libre a limité nos essais concernant la longueur d'onde aux faibles cambrures ( $\gamma \leq 0{,}9$ %) ; la variation de la longueur d'onde dans les deux compartiments est assez irrégulière pour toutes les hauteurs d'écran ; le désaccord entre la valeur mesurée et la valeur théorique est inférieur à 4 %.

Pour $\lambda$ = 600 cm (Airy) en profondeur H = 40 cm (tableau XVI) les valeurs mesurées de la longueur d'onde aux faibles cambrures ( $\gamma \leq 0{,}4$ %) montrent que dans le compartiment aval pour toutes les hauteurs de l'écran, on trouve des valeurs systématiquement plus élevées que la valeur théorique (+ 6 %) ; par contre les valeurs mesurées et théoriques concordent de 2 % près dans le compartiment amont.

Enfin, en profondeur H = 35 cm, pour la longueur d'onde $\lambda$ = 900 cm (Airy) (tableau XVII) on voit que les valeurs mesurées de la longueur d'onde, malgré la petitesse de la cambrure ( $\gamma \leq 0{,}3$ %) diffèrent notablement de la valeur théorique et ceci pour toutes les hauteurs de l'écran ; le désaccord en moyenne de 5 % devient plus fort pour la hauteur de l'écran D = 30 cm ; on trouve en général des valeurs supérieures à la valeur théorique dans le compartiment aval.

Malgré parfois les différences notables entre les valeurs mesurées au S.M. et celles prévues par la théorie à partir de l'expression d'Airy, pour toute la gamme des cambrures et périodes du fondamental employées aux différentes hauteurs d'eau, il y a toujours une relation plus ou moins étroite entre la valeur théorique et la valeur mesurée ; la concordance est d'autant meilleure que la hauteur de l'écran est plus faible ; ceci montre que l'écran modifie la longueur d'onde particulièrement à l'aval où elle est augmentée.

La variation de la longueur d'onde tout au long du canal, nous a permis de mettre en évidence un aspect de l'influence de l'écran qui en particulier renforce les harmoniques 2 et 3, engendre des "phénomènes parasites" et complique les réflexions successives des phénomènes tout au long du canal.

# CONTROLE DES LONGUEURS D'ONDES CALCULEES (Airy) ET MESUREES(S.M)

$$\lambda = \frac{gT^2}{2\pi} \operatorname{th} \frac{2\pi H}{\lambda}$$

## $\lambda = 100$

| H=55 | D=50 | | | | H/λ=0.550 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-250 | 400-450 | 760-810 | 1200-1250 | 1400-1450 |
| 1.25 | 98.146 | 98.146 | 94.513 | 100.390 | 97.561 |
| 3.66 | 97.614 | 95.465 | 104.864 | 98.819 | 100.446 |
| | | | | | |

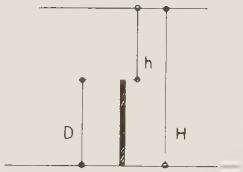
| H=55 | D=40 | | | | H/λ=0.550 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-250 | 400-450 | 600-650 | 1200-1250 | 1400-1450 |
| 1.50 | 101.351 | 101.038 | 101.294 | 102.857 | 101.124 |
| 3.04 | 100.223 | 101.095 | 100.840 | 101.531 | 100.306 |
| 4.93 | 101.724 | 100.531 | 100.559 | 100.418 | 100.531 |

| H=55 | D=30 | | | | H/λ=0.550 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-250 | 400-450 | 770-820 | 1200-1250 | 1400-1450 |
| 1.52 | 98.983 | 102.302 | 100.897 | 98.901 | 100.278 |
| 3.01 | 100.925 | 101.494 | 100.784 | 100.840 | 98.874 |
| 4.52 | 103.776 | 102.186 | 100.390 | 101.067 | 101.265 |

| H=55 | D=20 | | | | H/λ=0.550 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-250 | 400-450 | 760-810 | 1200-1250 | 1400-1450 |
| 1.55 | 99.861 | 99.338 | 97.959 | 101.038 | 98.983 |
| 3.08 | 100.727 | 100.418 | 99.668 | 100.474 | 99.174 |
| 4.59 | 100.915 | 100.925 | 100.278 | 100.390 | 99.916 |

| H=55 | D=10 | | | | H/λ=0.550 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-250 | 400-450 | 760-810 | 1200-1250 | 1400-1450 |
| 1.47 | 99.502 | 99.174 | 98.549 | 100.587 | 98.226 |
| 3.11 | 100.446 | 101.466 | 101.180 | 101.983 | 99.917 |
| 4.55 | 103.687 | 100.615 | 99.338 | 100.982 | 100.306 |

TAB. XII




## $\lambda = 200$

| H=55 | D=50 | | | | H/λ=0.275 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-300 | 400-500 | 750-850 | 1200-1300 | 1400-1500 |
| 0.87 | 198.238 | 194.227 | 211.143 | 199.225 | 187.451 |
| 1.91 | 199.280 | 198.183 | 148.423 | 199.612 | 175.910 |
| | | | | | |

| H=55 | D=40 | | | | H/λ=0.275 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-300 | 400-500 | 750-850 | 1200-1300 | 1400-1500 |
| 1.37 | 187.744 | 195.387 | 202.988 | 194.384 | 198.292 |
| 2.19 | 198.730 | 197.476 | 206.009 | 198.620 | 194.070 |
| | | | | | |

| H=55 | D=30 | | | | H/λ=0.275 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-300 | 400-500 | 750-850 | 1200-1300 | 1400-1500 |
| 1.28 | 199.612 | 201.681 | 198.840 | 202.759 | 204.371 |
| 1.88 | 197.748 | 199.556 | 199.612 | 202.702 | 203.968 |
| 2.65 | 199.723 | 202.760 | 192.926 | 200.167 | 200.111 |

| H=55 | D=20 | | | | H/λ=0.275 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-300 | 400-500 | 750-850 | 1200-1300 | 1400-1500 |
| 1.19 | 198.402 | 194.279 | 201.117 | 197.802 | 198.456 |
| 1.85 | 199.556 | 197.423 | 200.537 | 198.833 | 199.129 |
| | | | | | |

| H=55 | D=10 | | | | H/λ=0.275 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-300 | 400-500 | 750-850 | 1200-1300 | 1400-1500 |
| 1.19 | 201.511 | 197.260 | 208.333 | 197.585 | 197.694 |
| 1.91 | 201.511 | 198.183 | 202.589 | 199.612 | 199.280 |
| | | | | | |

TAB. XIII

# CONTROLE DES LONGUEURS D'ONDES CALCULEES (Airy) ET MESUREES (S.M.)

$$\lambda = \frac{gT^2}{2\pi} \operatorname{th} \frac{2\pi H}{\lambda}$$

## $\lambda = 300$

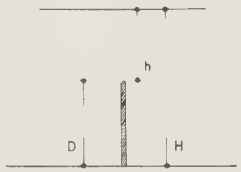
| H=55 | D=50 | | | | H/λ = 0.183 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-350 | 400-550 | 700-850 | 1100-1250 | 1300-1450 |
| 0.60 | 298.507 | 291.341 | | 251.514 | 318.584 |
| 0.87 | 302.691 | 286.244 | | 250.638 | 308.145 |
| | | | | | |

| H=55 | D=40 | | | | H/λ = 0.183 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-350 | 400-550 | 600-750 | 1100-1250 | 1300-1450 |
| 0.72 | 298.425 | 293.957 | 299.169 | 320.760 | 314.685 |
| 1.37 | 298.013 | 297.931 | 300.668 | 319.716 | 313.134 |
| | | | | | |

| H=55 | D=30 | | | | H/λ = 0.183 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-350 | 400-550 | 700-850 | 1100-1250 | 1300-1450 |
| 0.72 | 300.000 | 295.971 | 285.412 | 307.955 | 316.354 |
| 1.36 | 300.835 | 301.676 | 283.911 | 313.953 | 314.869 |
| 1.97 | 298.342 | 305.689 | 282.574 | 316.715 | 309.189 |

| H=55 | D=20 | | | | H/λ = 0.183 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-350 | 400-550 | 700-850 | 1100-1250 | 1300-1450 |
| 0.54 | 299.169 | 287.769 | 297.521 | 305.516 | 303.797 |
| 1.89 | 301.003 | 297.685 | 295.367 | 305.344 | 309.013 |
| 1.37 | 299.418 | 293.718 | 296.590 | 305.430 | 306.210 |

| H=55 | D=10 | | | | H/λ = 0.183 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-350 | 400-450 | 700-850 | 1100-1250 | 1300-1450 |
| 0.59 | 300.417 | 287.770 | 300.167 | 303.456 | 300.584 |
| 1.19 | 298.920 | 292.287 | 300.417 | 300.919 | 303.603 |
| 1.77 | 299.086 | 296.948 | 297.850 | 300.080 | 303.797 |




## $\lambda = 400$

| H=55 | D=50 | | | | H/λ = 0.137 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-400 | 400-600 | 700-900 | 1100-1300 | 1300-1500 |
| 0.20 | 404.949 | 388.874 | 350.934 | 384.924 | 413.912 |
| | | | | | |
| | | | | | |

| H=55 | D=40 | | | | H/λ = 0.137 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-400 | 400-600 | 700-900 | 1100-1300 | 1300-1500 |
| 0.31 | 407.932 | 405.862 | 413.793 | 407.701 | 411.781 |
| | | | | | |
| | | | | | |

| H=55 | D=30 | | | | H/λ = 0.137 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-400 | 400-600 | 700-900 | 1100-1300 | 1300-1500 |
| 0.29 | 417.633 | 401.786 | 410.256 | 411.428 | 410.373 |
| 0.60 | 416.305 | 398.119 | 411.428 | 390.561 | 414.985 |
| | | | | | |

| H=55 | D=20 | | | | H/λ = 0.137 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-400 | 400-600 | 700-900 | 1100-1300 | 1300-1500 |
| 0.28 | 393.550 | 384.615 | 399.113 | 407.240 | 392.050 |
| 0.58 | 402.122 | 391.304 | 402.185 | 399.443 | 391.304 |
| 0.91 | 409.788 | 392.371 | 409.009 | 404.836 | 413.320 |

| H=55 | D=10 | | | | H/λ = 0.137 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-400 | 400-600 | 700-900 | 1100-1300 | 1300-1500 |
| 0.28 | 393.765 | 386.163 | 396.148 | 408.975 | 386.060 |
| 0.57 | 400.536 | 392.264 | 402.285 | 402.797 | 399.224 |
| 0.89 | 405.060 | 396.694 | 407.420 | 400.668 | 404.154 |

TAB. XIV

TAB. XV

# CONTROLE DES LONGUEURS D'ONDES CALCULEES (Airy) ET MESUREES (S.M.)

$$\lambda = \frac{g T^2}{2\pi} \operatorname{th} \frac{2\pi H}{\lambda}$$

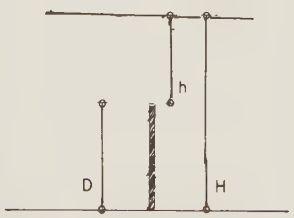
## $\lambda = 600$

| H=40 | D=30 | | | | H/λ=0.066 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-500 | 300-600 | 600-900 | 1000-1300 | 1100-1400 |
| 0.21 | 607.083 | 627.359 | 544.629 | 631.025 | 639.431 |
| 0.28 | 602.847 | 600.500 | 560.311 | 618.025 | 626.814 |
| 0.35 | 600.500 | 599.334 | 549.898 | 608.451 | 623.197 |

| H=40 | D=20 | | | | H/λ=0.066 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-500 | 300-600 | 600-900 | 1000-1300 | 1100-1400 |
| 0.21 | 603.689 | 583.153 | 594.877 | 612.939 | 634.921 |
| 0.28 | 600.834 | 586.160 | 596.191 | 601.336 | 626.268 |
| 0.36 | 598.338 | 588.075 | 593.081 | 602.174 | 619.799 |

| H=40 | D=10 | | | | H/λ=0.066 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-500 | 300-600 | 600-900 | 1000-1300 | 1100-1400 |
| 0.23 | 603.689 | 581.583 | 617.849 | 609.633 | 640.569 |
| 0.31 | 608.793 | 597.179 | 623.376 | 614.684 | 638.298 |
| 0.39 | 604.534 | 593.243 | 610.687 | 605.721 | 630.637 |

TAB. XVI




## $\lambda = 900$

| H=35 | D=30 | | | | H/λ=0.038 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-600 | 300-700 | 600-1000 | 900-1300 | 1000-1400 |
| 0.10 | 844.079 | 864.086 | 866.686 | 1100.497 | 954.907 |
| 0.18 | 861.759 | 880.465 | 872.199 | 1035.971 | 932.642 |
| | 882.083 | 871.671 | 873.786 | 978.261 | 920.128 |

| H=35 | D=20 | | | | H/λ=0.038 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-600 | 300-700 | 500-900 | 900-1300 | 1000-1400 |
| 0.16 | 855.361 | 879.389 | 915.739 | 968.393 | 913.126 |
| 0.23 | 858.676 | 898.876 | 860.215 | 954.274 | 897.756 |
| | | | | | |

| H=35 | D=10 | | | | H/λ=0.038 |
|---|---|---|---|---|---|
| DISTANCE ENTRE POINTES PAR RAPPORT AU BATTEUR | | | | | |
| δ % | 200-600 | 300-700 | 500-900 | 900-1300 | 1000-1400 |
| 0.17 | 845.070 | 920.128 | 862.792 | 978.261 | 916.322 |
| 0.24 | 853.839 | 910.816 | 860.215 | 949.554 | 897.475 |
| 0.31 | 855.361 | 908.517 | 860.472 | 930.533 | 889.438 |

TAB. XVII

## 3. Influence de la réflexion de la plage amortisseuse.

Il a paru nécessaire pour mieux préciser l'influence de l'écran sur la propagation des ondes, de connaître les performances de l'installation dans la gamme des essais effectués.

En l'absence de l'écran, une onde incidente en provenance du batteur arrivant sur la plage amortisseuse, est partiellement renvoyée vers le batteur et après un temps variable suivant les conditions du réglage, un régime très stable s'établit. La qualité considérée de la plage ici correspond à son pouvoir d'amortissement de l'onde incidente. Les auteurs qui ont essayé d'analyser le mécanisme de la réflexion sont nombreux : [2] , [3] , [4] , [5] , [6] , [7] , [8] , [9] , [10] , [11] , [12] , [13] , [14] .

A l'aide de la méthode dite par exploration limnimétrique de la surface libre, nous avons repéré tout au long du canal les amplitudes aux noeuds et aux ventres et déterminé le coefficient de réflexion moyen de la plage noté Rp .

La fig. 12 montre la variation du coefficient Rp en fonction de la cambrure $\gamma_0$ en profondeur infinie. Nos résultats sont comparés avec la courbe théorique de MICHE [10] , qui considère le cas général d'un talus plan, lisse et imperméable, faisant un angle $\alpha$ avec l'horizontale ; dans ce cas MICHE définit le coefficient de réflexion suivant la relation $C = \frac{\gamma_{crit.}}{\gamma_0}$ où $\gamma_{crit.}$ est la valeur de la cambrure à partir de laquelle toutes les houles de cambrure $\gamma_0$ inférieures ou égales à $\gamma_{crit.}$ sont réfléchies totalement, de telle sorte que $C = 1$ pour $\gamma_0 \leq \gamma_{crit.}$ ; l'amortissement des houles ira grandissant pour des valeurs croissantes $\gamma_0 > \gamma_{crit.}$ . La cambrure $\gamma_{crit.}$ est définie par MICHE par la relation

$$\gamma_{crit.} = \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi}} \sin^2 \frac{\alpha}{\pi}$$

Le réglage du profil polygonal du talus amortisseur était tel que la partie supérieure de ce contour faisait un angle $\alpha$ de l'ordre de 10° avec l'horizontale ; pour cette valeur la relation de MICHE donne 0,32 % pour $\gamma_{crit.}$ .

Les valeurs expérimentales corrigées de l'effet de profondeur relative, rapportées sur la fig. 12, comparées aux prévisions théoriques de MICHE, suivent elles aussi une variation à allure hyperbolique. On constate que les valeurs obtenues par les mesures sont en moyenne le quart des valeurs prévues par MICHE ; en fait cet auteur définit un coefficient $\rho$ dans le cas d'une plage réfléchissante, rugueuse, et perméable tel que $C = \rho \frac{\gamma_{crit.}}{\gamma_0}$ avec $0.25 \leq \rho \leq 0.35$. Ceci confirme donc l'intérêt de la formule de MICHE dans les prévisions concernant un ouvrage amortisseur en forme de talus.

On déduit de la fig. 12 que les performances de la plage amortisseuse sont remarquables dans le domaine des ondes courtes et moyennes (100 cm $\leq \lambda \leq$ 300 cm) ; le coefficient de réflexion est alors inférieur à 5 % pour des cambrures comprises entre 1 % et 5 % ; par contre ses performances sont assez médiocres dans le domaine des ondes longues (600 cm $\leq \lambda \leq$ 900 cm) ; la réflexion est alors de l'ordre de 40 %.

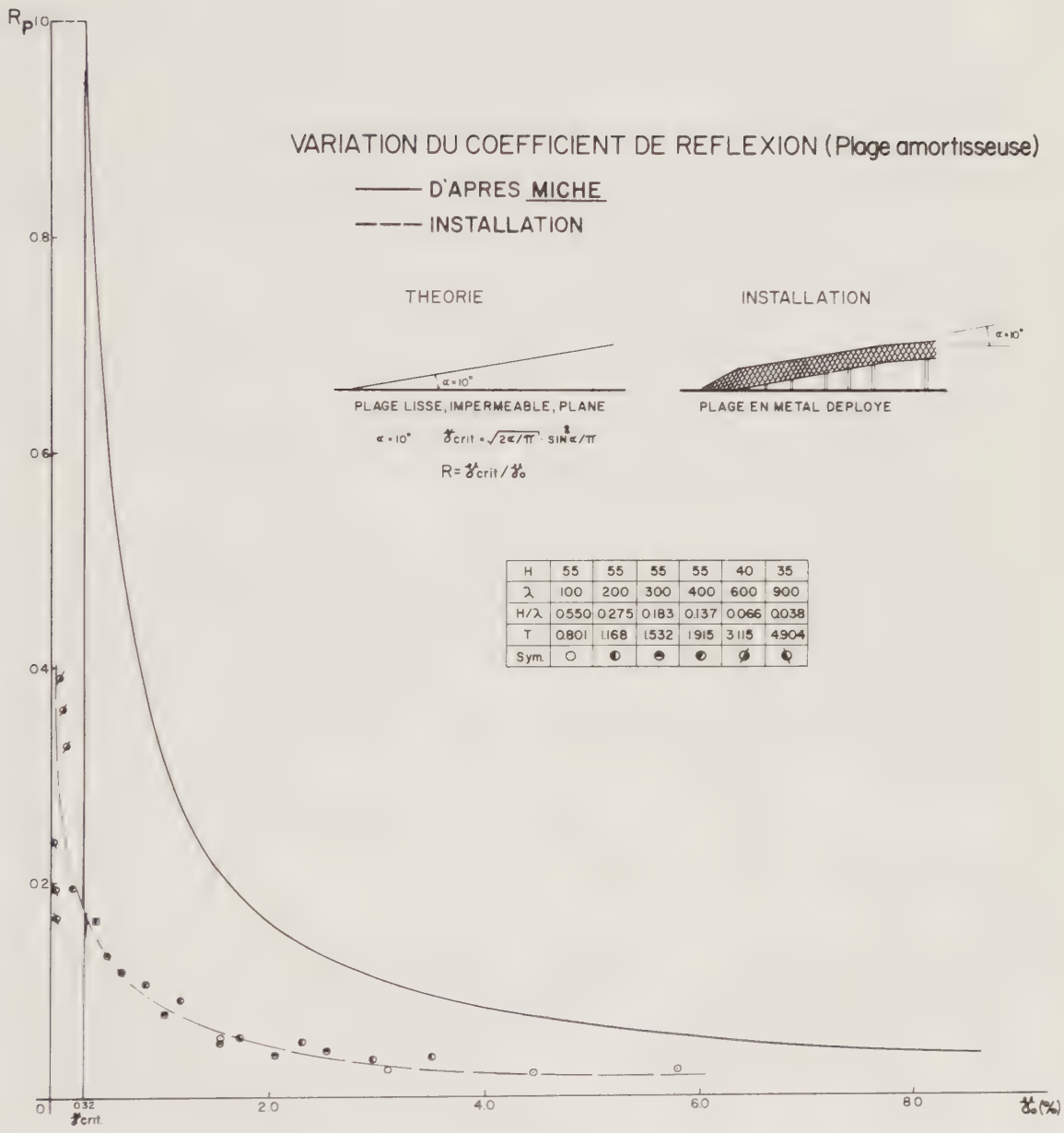

VARIATION DU COEFFICIENT DE REFLEXION (Plage amortisseuse)
D'APRES MICHE
INSTALLATION
THEORIE
INSTALLATION
α = 10°
PLAGE LISSE, IMPERMEABLE, PLANE
α = 10°
PLAGE EN METAL DEPLOYE
α = 10°
R = γcrit / γo
H 55 55 55 55 40 35
λ 100 200 300 400 600 900
H/λ 0.550 0.275 0.183 0.137 0.066 0.038
T 0.801 1.168 1.532 1.915 3.115 4.904
Sym. ○ ◐ ◓ ◑ ◒ ●
Rp
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0.32
γcrit.
2.0
4.0
6.0
8.0
γo (%)

fig.12

4. Méthodes de mesure.

Afin de contrôler les théories utilisées, nous avons effectué de très nombreuses mesures à l'aide des méthodes suivantes.

4.1. Mesures aux positions nodales et ventrales (dénivellations minima et maxima de la houle) par exploration limnimétrique de la surface libre.

4.2. Analyse harmonique des enregistrements effectués aux positions d'amplitude minima et maxima pour l'obtention des composantes fondamentales de l'onde incidente et de l'onde réfléchie.

4.3. Calculs par la méthode des moindres carrés des amplitudes incidentes et réfléchies à partir de l'analyse harmonique des enregistrements en 3 points (Programme à la machine I.B.M. 1130 cf. tableau II).

Il a paru intéressant de comparer les résultats obtenus à partir de ces trois méthodes, afin éventuellement de mettre en évidence les contradictions autres que les différences faibles provenant des fluctuations légères et inévitables de la 2ème ou 3ème décimale des valeurs des coefficients de réflexion et de transmission.

La confrontation des tableaux XVIII, XIX, XX qui rassemblent les résultats obtenus à partir des 3 méthodes de mesure dans les profondeurs relatives $0.137 \leq H/\lambda \leq 0.550$, avec des longueurs d'onde comprises entre $100 \leq \lambda \leq 400$ cm pour les hauteurs d'écran D = 10, 20, 30, 40, 50 cm, montre un accord assez satisfaisant pour les coefficients de réflexion et de transmission dans toute la gamme des cambrures comprises entre 0,2 % et 5 %.

Les différences qui existent parfois malgré tout peuvent s'expliquer en grande partie de la façon suivante :

Les amplitudes dans le tableau XVIII sont les amplitudes globales des houles incidentes et réfléchies ; dans le tableau XIX les amplitudes incidente et réfléchie du fondamental sont obtenues à partir de l'analyse harmonique des enregistrements aux noeuds et aux ventres ; enfin dans le tableau XX les amplitudes incidentes et réfléchies sont obtenues par la Méthode des moindres carrés appliquée aux résultats de l'analyse harmonique des enregistrements en 3 points.

Nous n'avons pas pu trouver de divergence systématique entre les résultats des trois méthodes employées. Pour le phénomène de période fondamentale $\sigma$ , les résultats apparaissent satisfaisants du point de vue de la concordance. On pouvait, dans la mesure où l'amplitude des harmoniques augmente avec une cambrure croissante, craindre que les divergences entre les résultats des trois méthodes, soit plus sensible [9], [15] ; mais les résultats numériques des spectres comparés des houles des tableaux V, VI, VII, VIII, IX montrant que les amplitudes des harmoniques sont faibles, on réalise effectivement les conditions d'un bon accord entre les 3 méthodes.

On a présenté à part dans les tableaux XXI, XXII les résultats correspondant à des houles en eau peu profonde ( $\lambda$ = 600 cm et $\lambda$ = 900 cm) pour les hauteurs d'écran D = 10, 20, 30 cm. Ces résultats proviennent des deux méthodes dites par exploration à la pointe et par la Méthode des moindres carrés.

Le tableau XXI concernant la longueur d'onde $\lambda$= 600 cm en profondeur relative H/$\lambda$ = 0.066, montre de petites différences sur les coefficients de réflexion et de transmission malgré la petitesse des cambrures qui ont varié entre 0,2 % et 0,4 %. Ces différences sont dues vraisemblablement à l'influence des harmoniques 2 et 3 comme le montrent les résultats du tableau X consacré aux spectres comparés des houles.

Le tableau XXII montre les résultats pour la longueur d'onde $\lambda$= 900 cm en profondeur relative H/$\lambda$ = 0.038. La confrontation des deux méthodes montre des divergences importantes au sujet des coefficients de réflexion et de transmission ; ceci peut s'expliquer en grande partie par les faits que, d'une part, le canal est court vis à vis d'une pareille longueur d'onde, ce qui empêche la stabilisation et d'autre part, aussi à cause de l'influence grandissante des harmoniques 2 et 3, comme le montre le tableau XI consacré aux spectres comparés des houles.

Cette dernière série d'essais a été réalisée dans le souci d'étendre les mesures du côté des très faibles profondeurs relatives, domaine très particulier des houles de laboratoire [16] ; les résultats obtenus devront être considérés avec prudence du fait que les théories classiques de la houle deviennent plus discutables. Les faibles cambrures utilisées comprises entre 0,1 % et 0,3 % dans ce domaine, nous ont donné des conditions expérimentales assez stables ; ce qui nous a permis de tenter malgré tout l'interprétation.

Les écarts quadratiques moyens $\varepsilon$ , dans tous les essais, ont été d'une manière générale faibles (inférieurs à 0.01 cm) avec une tendance à augmenter régulièrement en fonction de la cambrure et de la hauteur relative de l'écran pour toutes les profondeurs relatives.

# COEFFICIENTS DE REFLEXION ET TRANSMISSION

## MESURE A LA POINTE

( NOEUD - VENTRE )

| D/H = 0.909 | | | D = 50 | | 0.550 ≥ H/λ ≥ 0.137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $2A_{oo}$ | $2A_{oi}$ | R | T | $R^2+T^2$ | $\delta'$ (%) |
| 100 | 1389 | 1165 | 0346 | 0838 | 0823 | 138 |
| | 3530 | 2876 | 0270 | 0814 | 0736 | 353 |
| | | | | | | |
| 125 | 1132 | 0993 | 0425 | 0876 | 0949 | 090 |
| | 2630 | 2019 | 0377 | 0767 | 0731 | 210 |
| | | | | | | |
| 175 | 2539 | 1858 | 0519 | 0731 | 0804 | 145 |
| | 4354 | 2829 | 0419 | 0649 | 0597 | 248 |
| | 5607 | 3466 | 0433 | 0618 | 0570 | 320 |
| 200 | 1757 | 1350 | 0488 | 0768 | 0828 | 087 |
| | 3831 | 3006 | 0465 | 0784 | 0832 | 191 |
| | | | | | | |
| 300 | 1720 | 1118 | 0605 | 0650 | 0788 | 057 |
| | 2569 | 1589 | 0586 | 0618 | 0703 | 085 |
| | 3338 | 2016 | 0536 | 0604 | 0674 | 111 |
| 400 | 1721 | 0987 | 0605 | 0573 | 0695 | 043 |
| | 2844 | 1704 | 0507 | 0599 | 0816 | 071 |
| | 3912 | 2472 | 0505 | 0632 | 0634 | 097 |

| D/H = 0727 | | | D = 40 | | 0.550 ≥ H/λ ≥ 0.137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $2A_{oo}$ | $2A_{oi}$ | R | T | $R^2+T^2$ | $\delta'$ (%) |
| 100 | 1403 | 1289 | 0161 | 0918 | 0869 | 110 |
| | 3023 | 2902 | 0138 | 0959 | 0940 | 302 |
| | 5430 | 4624 | 0035 | 0851 | 0726 | 543 |
| 125 | 1292 | 1161 | 0182 | 0898 | 0840 | 103 |
| | 2679 | 2441 | 0175 | 0911 | 0861 | 214 |
| | 4134 | 3829 | 0169 | 0921 | 0878 | 332 |
| 175 | 1870 | 1652 | 0322 | 0883 | 0884 | 106 |
| | 3716 | 3167 | 0299 | 0852 | 0816 | 212 |
| | 5653 | 4308 | 0259 | 0797 | 0702 | 323 |
| 200 | 2747 | 2516 | 0248 | 0916 | 0900 | 137 |
| | 4435 | 3847 | 0258 | 0867 | 0819 | 221 |
| | 6438 | 5372 | 0253 | 0832 | 0736 | 322 |
| 300 | 2181 | 1858 | 0400 | 0852 | 0886 | 072 |
| | 4098 | 3314 | 0361 | 0808 | 0784 | 136 |
| | 5963 | 4646 | 0346 | 0779 | 0727 | 198 |
| 400 | 1254 | 1020 | 0435 | 0813 | 0850 | 031 |
| | 2746 | 2170 | 0417 | 0790 | 0799 | 068 |
| | 4368 | 3254 | 0364 | 0745 | 0687 | 109 |

H = 55

| D/H = 0.545 | | | D = 30 | | 0.550 ≥ H/λ ≥ 0.137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $2A_{oo}$ | $2A_{oi}$ | R | T | $R^2+T^2$ | $\delta'$ (%) |
| 100 | 1315 | 1432 | 0037 | 0943 | 0898 | 151 |
| | 3010 | 2908 | 0043 | 0967 | 0937 | 301 |
| | 4316 | 4415 | 0048 | 0977 | 0957 | 451 |
| 125 | 1315 | 1273 | 0063 | 0968 | 0941 | 105 |
| | 2673 | 2628 | 0091 | 0983 | 0974 | 214 |
| | 4096 | 4029 | 0063 | 0983 | 0971 | 327 |
| 175 | 1411 | 1352 | 0201 | 0958 | 0938 | 080 |
| | 2788 | 2744 | 0176 | 0984 | 0999 | 159 |
| | 4342 | 4154 | 0163 | 0955 | 0939 | 248 |
| 200 | 2359 | 2331 | 0106 | 0911 | 0841 | 128 |
| | 3769 | 3594 | 0125 | 0954 | 0926 | 188 |
| | 5315 | 4821 | 0129 | 0907 | 0839 | 263 |
| 300 | 2074 | 1992 | 0228 | 0961 | 0935 | 069 |
| | 4013 | 3690 | 0205 | 0920 | 0888 | 133 |
| | 5899 | 5381 | 0207 | 0912 | 0895 | 197 |
| 400 | 1114 | 1052 | 0287 | 0941 | 0923 | 027 |
| | 2404 | 2215 | 0231 | 0922 | 0903 | 060 |
| | | | | | | |

| D/H = 0.363 | | | D = 20 | | 0.550 ≥ H/λ ≥ 0.137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $2A_{oo}$ | $2A_{oi}$ | R | T | $R^2+T^2$ | $\delta'$ (%) |
| 100 | 1507 | 1429 | 0075 | 0948 | 0904 | 150 |
| | 3003 | 2957 | 0038 | 0984 | 0971 | 300 |
| | 4590 | 4439 | 0023 | 0967 | 0936 | 459 |
| 125 | 1413 | 1345 | 0014 | 0951 | 0904 | 113 |
| | 2891 | 2767 | 0027 | 0957 | 0916 | 231 |
| | 4353 | 4142 | 0017 | 0951 | 0905 | 348 |
| 175 | 1283 | 1232 | 0106 | 0960 | 0934 | 073 |
| | 2580 | 2363 | 0089 | 0993 | 0994 | 147 |
| | 3973 | 3862 | 0079 | 0971 | 0950 | 227 |
| 200 | 2394 | 2375 | 0046 | 0992 | 0986 | 119 |
| | 3539 | 3540 | 0022 | 0989 | 0979 | 178 |
| | 4834 | 4730 | 0030 | 0982 | 0966 | 242 |
| 300 | 1852 | 1853 | 0117 | 1000 | 1013 | 062 |
| | 3755 | 3603 | 0098 | 0959 | 0930 | 125 |
| | 5567 | 5421 | 0094 | 0974 | 0953 | 185 |
| 400 | 1074 | 1036 | 0233 | 0964 | 0984 | 026 |
| | 2278 | 2195 | 0173 | 0963 | 0957 | 057 |
| | 3588 | 3410 | 0125 | 0950 | 0918 | 089 |

| D/H = 0.181 | | | D = 10 | | 0.550 ≥ H/λ ≥ 0.137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $2A_{oo}$ | $2A_{oi}$ | R | T | $R^2+T^2$ | $\delta'$ (%) |
| 100 | 1472 | 1400 | 0063 | 0951 | 0907 | 147 |
| | 3136 | 2946 | 0031 | 0939 | 0883 | 313 |
| | 4555 | 4455 | 0021 | 0976 | 0954 | 455 |
| 125 | 1411 | 1368 | 0038 | 0969 | 0940 | 112 |
| | 2906 | 2773 | 0022 | 0954 | 0910 | 232 |
| | 4421 | 4344 | 0008 | 0959 | 0921 | 353 |
| 175 | 1193 | 1165 | 0076 | 0976 | 0959 | 068 |
| | 1933 | 1987 | 0092 | 1021 | 1046 | 139 |
| | 3770 | 3727 | 0041 | 0988 | 0978 | 215 |

| D/H = 0.181 | | | D = 10 | | 0.550 ≥ H/λ ≥ 0.137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $2A_{oo}$ | $2A_{oi}$ | R | T | $R^2+T^2$ | $\delta'$ (%) |
| 200 | 2393 | 2212 | 0054 | 0923 | 0855 | 119 |
| | 3680 | 3535 | 0028 | 0960 | 0923 | 184 |
| | 4737 | 4631 | 0031 | 0977 | 0956 | 236 |
| 300 | 1771 | 1723 | 0117 | 0972 | 0959 | 059 |
| | 3398 | 3397 | 0090 | 0937 | 0921 | 118 |
| | 5298 | 5169 | 0045 | 0975 | 0953 | 176 |
| 400 | 1067 | 1042 | 0211 | 0976 | 0998 | 036 |
| | 2227 | 2184 | 0163 | 0980 | 0988 | 055 |
| | 3483 | 3403 | 0119 | 0977 | 0969 | 087 |

**TAB. XVIII**

# COEFFICIENTS DE REFLEXION ET TRANSMISSION

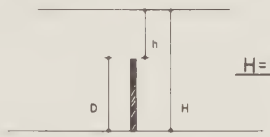
## ANALYSE HARMONIQUE

(FONDAMENTAL)

S.M.(NOEUD-VENTRE)

| D/H=0.909 | | | D=50 | | 0.550≥H/λ≥0.137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $2A_{oo}$ | $2A_{o1}$ | R | T | $R^2+T^2$ | γ (%) |
| 100 | 1.465 | 1.360 | 0.373 | 0.859 | 0.878 | 1.46 |
| | 3.667 | 2.872 | 0.286 | 0.783 | 0.694 | 3.66 |
| | | | | | | |
| 125 | 1.809 | 1.036 | 0.419 | 0.856 | 0.903 | 0.96 |
| | 2.695 | 2.083 | 0.321 | 0.773 | 0.735 | 2.15 |
| | | | | | | |
| 175 | 2.464 | 1.825 | 0.525 | 0.740 | 0.824 | 1.40 |
| | 4.336 | 2.830 | 0.410 | 0.650 | 0.598 | 2.48 |
| | | | | | | |
| 200 | 1.817 | 1.416 | 0.496 | 0.739 | 0.853 | 0.909 |
| | 4.346 | 3.040 | 0.419 | 0.699 | 0.665 | 2.173 |
| | | | | | | |
| 300 | 1.815 | 1.306 | 0.590 | 0.665 | 0.789 | 0.60 |
| | 3.618 | 1.559 | 0.536 | 0.596 | 0.683 | 0.83 |
| | 3.301 | 1.852 | 0.548 | 0.561 | 0.613 | 1.10 |
| 400 | 0.818 | 0.531 | 0.613 | 0.649 | 0.797 | 0.20 |
| | 1.773 | 1.054 | 0.580 | 0.594 | 0.689 | 0.44 |
| | 2.897 | 1.658 | 0.490 | 0.592 | 0.588 | 0.72 |

| D/H=0.727 | | | D=40 | | 0.550≥H/λ≥0.137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $2A_{oo}$ | $2A_{o1}$ | R | T | $R^2+T^2$ | γ (%) |
| 100 | 1.507 | 1.346 | 0.156 | 0.874 | 0.823 | 1.51 |
| | 3.041 | 2.926 | 0.130 | 0.962 | 0.942 | 3.04 |
| | 4.934 | 4.551 | 0.121 | 0.982 | 0.865 | 4.93 |
| 125 | 1.290 | 1.160 | 0.180 | 0.890 | 0.840 | 1.02 |
| | 2.680 | 2.440 | 0.178 | 0.911 | 0.860 | 2.15 |
| | 4.152 | 3.828 | 0.167 | 0.920 | 0.884 | 3.31 |
| 175 | 1.886 | 1.731 | 0.335 | 0.917 | 0.954 | 1.07 |
| | 3.753 | 3.383 | 0.304 | 0.875 | 0.858 | 2.14 |
| | 5.660 | 4.510 | 0.235 | 0.800 | 0.705 | 3.24 |
| 200 | 2.764 | 2.395 | 0.267 | 0.921 | 0.918 | 1.38 |
| | 4.391 | 3.866 | 0.262 | 0.880 | 0.844 | 2.20 |
| | 6.450 | 5.370 | 0.254 | 0.833 | 0.758 | 3.21 |
| 300 | 2.284 | 1.871 | 0.381 | 0.819 | 0.816 | 0.76 |
| | 4.168 | 3.286 | 0.353 | 0.787 | 0.744 | 1.39 |
| | 5.961 | 4.645 | 0.340 | 0.770 | 0.708 | 1.98 |
| 400 | 1.261 | 1.033 | 0.416 | 0.819 | 0.844 | 0.31 |
| | 2.694 | 2.144 | 0.384 | 0.796 | 0.781 | 0.67 |
| | 4.205 | 3.417 | 0.337 | 0.812 | 0.784 | 1.05 |




H=55

| D/H=0.545 | | | D=30 | | 0.550≥H/λ≥0.137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $2A_{oo}$ | $2A_{o1}$ | R | T | $R^2+T^2$ | γ (%) |
| 100 | 1.510 | 1.430 | 0.057 | 0.940 | 0.896 | 1.50 |
| | 3.000 | 2.910 | 0.040 | 0.960 | 0.930 | 3.00 |
| | 4.510 | 4.410 | 0.048 | 0.970 | 0.930 | 4.51 |
| 125 | 1.908 | 1.370 | 0.060 | 0.976 | 0.957 | 1.12 |
| | 2.908 | 2.710 | 0.032 | 0.965 | 0.936 | 2.24 |
| | 4.230 | 4.126 | 0.021 | 0.975 | 0.956 | 3.38 |
| 175 | 1.469 | 1.409 | 0.156 | 0.959 | 0.944 | 0.83 |
| | 2.937 | 2.845 | 0.152 | 0.968 | 0.961 | 1.67 |
| | 4.502 | 4.249 | 0.134 | 0.943 | 0.913 | 2.57 |
| 200 | 2.530 | 2.300 | 0.100 | 0.911 | 0.839 | 1.22 |
| | 3.700 | 3.504 | 0.120 | 0.950 | 0.917 | 1.85 |
| | 5.305 | 4.801 | 0.129 | 0.900 | 0.826 | 2.65 |
| 300 | 2.159 | 2.073 | 0.186 | 0.961 | 0.958 | 0.71 |
| | 4.131 | 3.820 | 0.203 | 0.924 | 0.896 | 1.37 |
| | 5.890 | 5.381 | 0.206 | 0.913 | 0.876 | 1.97 |
| 400 | 1.186 | 1.090 | 0.295 | 0.919 | 0.931 | 0.29 |
| | 2.408 | 2.217 | 0.232 | 0.921 | 0.902 | 0.60 |
| | | | | | | |

| D/H=0.363 | | | D=20 | | 0.550≥H/λ≥0.137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $2A_{oo}$ | $2A_{o1}$ | R | T | $R^2+T^2$ | γ (%) |
| 100 | 1.556 | 1.491 | 0.075 | 0.958 | 0.924 | 1.55 |
| | 3.090 | 3.030 | 0.036 | 0.980 | 0.961 | 3.09 |
| | 4.614 | 4.411 | 0.013 | 0.955 | 0.914 | 4.61 |
| 125 | 1.466 | 1.459 | 0.018 | 0.995 | 0.989 | 1.17 |
| | 2.893 | 2.800 | 0.026 | 0.950 | 0.903 | 2.31 |
| | 4.391 | 4.213 | 0.016 | 0.959 | 0.920 | 3.51 |
| 175 | 1.352 | 1.258 | 0.100 | 0.930 | 0.875 | 0.37 |
| | 2.689 | 2.636 | 0.088 | 0.988 | 0.983 | 1.53 |
| | 4.134 | 3.994 | 0.068 | 0.966 | 0.938 | 2.36 |
| 200 | 2.398 | 2.360 | 0.045 | 0.991 | 0.986 | 1.19 |
| | 3.912 | 3.672 | 0.031 | 0.989 | 0.980 | 1.85 |
| | 4.916 | 4.879 | 0.036 | 0.992 | 0.985 | 2.45 |
| 300 | 1.918 | 1.916 | 0.141 | 0.990 | 0.999 | 0.64 |
| | 3.716 | 3.705 | 0.093 | 0.989 | 0.988 | 1.24 |
| | 5.686 | 5.510 | 0.102 | 0.969 | 0.949 | 1.89 |
| 400 | 1.116 | 1.086 | 0.194 | 0.973 | 0.984 | 0.28 |
| | 2.354 | 2.267 | 0.191 | 0.963 | 0.956 | 0.59 |
| | 3.632 | 3.468 | 0.118 | 0.970 | 0.976 | 0.91 |

| D/H=0.181 | | | D=10 | | 0.550≥H/λ≥0.137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $2A_{oo}$ | $2A_{o1}$ | R | T | $R^2+T^2$ | γ (%) |
| 100 | 1.374 | 1.491 | 0.035 | 0.943 | 0.899 | 1.37 |
| | 3.116 | 3.016 | 0.032 | 0.954 | 0.911 | 3.11 |
| | 4.547 | 4.436 | 0.025 | 0.982 | 0.965 | 4.54 |
| 125 | 1.504 | 1.489 | 0.018 | 0.989 | 0.979 | 1.20 |
| | 3.031 | 2.872 | 0.015 | 0.948 | 0.898 | 2.42 |
| | 4.544 | 4.336 | 0.043 | 0.962 | 0.907 | 3.63 |
| 175 | 1.393 | 1.354 | 0.073 | 0.969 | 0.946 | 0.73 |
| | 2.576 | 2.536 | 0.042 | 0.985 | 0.972 | 1.39 |
| | 3.912 | 3.833 | 0.043 | 0.977 | 0.955 | 2.24 |

| D/H=0.181 | | | D=10 | | 0.550≥H/λ≥0.137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $2A_{oo}$ | $2A_{o1}$ | R | T | $R^2+T^2$ | γ (%) |
| 200 | 3.502 | 3.212 | 0.043 | 0.883 | 0.781 | 1.25 |
| | 3.824 | 3.633 | 0.042 | 0.949 | 0.902 | 1.91 |
| | 4.905 | 4.600 | 0.030 | 0.980 | 0.961 | 2.45 |
| 300 | 1.960 | 1.900 | 0.110 | 0.980 | 0.953 | 0.59 |
| | 3.592 | 3.537 | 0.064 | 0.988 | 0.980 | 1.19 |
| | 5.324 | 5.236 | 0.041 | 0.984 | 0.970 | 1.77 |
| 400 | 1.139 | 1.068 | 0.207 | 0.937 | 0.922 | 0.28 |
| | 2.293 | 2.235 | 0.158 | 0.975 | 0.978 | 0.67 |
| | 3.575 | 3.495 | 0.114 | 0.972 | 0.959 | 0.89 |

TAB.XIX

# COEFFICIENTS DE REFLEXION ET TRANSMISSION

## ANALYSE HARMONIQUE

(FONDAMENTAL)

METHODE DES MOINDRES CARRES

| D/H=0909 | | | D=50 | | 0.550≥H/λ≥0137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | 2Aoo | 2Aoi | R | T | $R^2+T^2$ | $\gamma^2$ (%) |
| 100 | 1463 | 1254 | 0379 | 0853 | 0879 | 1.76 |
| | 3668 | 2870 | 0.886 | 0783 | 0695 | 3.66 |
| | | | | | | |
| 125 | 1.310 | 1.040 | 0.417 | 0.853 | 0.908 | 0.96 |
| | 2690 | 2.062 | 0.373 | 0.767 | 0.727 | 2.15 |
| | | | | | | |
| 175 | 2.456 | 1.815 | 0.531 | 0.739 | 0.828 | 1.40 |
| | 4.352 | 2.828 | 0.420 | 0649 | 0597 | 2.48 |
| | | | | | | |
| 200 | 1.813 | 1.429 | 0.493 | 0.786 | 0.856 | 0.90 |
| | 4.256 | 2.990 | 0.442 | 0.696 | 0.680 | 2.14 |
| | | | | | | |
| 300 | 1.815 | 1.164 | 0.593 | 0.641 | 0.763 | 0.60 |
| | 2.612 | 1.561 | 0.580 | 0.597 | 0.694 | 0.89 |
| | 3.286 | 1.920 | 0.533 | 0.584 | 0.649 | 1.09 |
| 400 | 0.817 | 0.529 | 0616 | 0.648 | 0.799 | 0.20 |
| | 1.793 | 1.066 | 0.579 | 0601 | 0.697 | 0.44 |
| | 2.350 | 1.860 | 0.504 | 0.582 | 0.573 | 0.71 |

| D/H=0727 | | | D=40 | | 0.550≥H/λ≥0137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | 2Aoo | 2Aoi | R | T | $R^2+T^2$ | $\gamma^2$ (%) |
| 100 | 1506 | 1.396 | 0.157 | 0.933 | 0.884 | 1.50 |
| | 3044 | 2.928 | 0.131 | 0.962 | 0.942 | 3.04 |
| | 4.936 | 4.570 | 0.183 | 0.926 | 0873 | 4.93 |
| 125 | 1.293 | 1.160 | 0.182 | 0.898 | 0.840 | 1.03 |
| | 2.680 | 2.440 | 0.175 | 0.910 | 0.860 | 2.14 |
| | 4.150 | 3.830 | 0.169 | 0.920 | 0.875 | 3.30 |
| 175 | 1.890 | 1.722 | 0.336 | 0911 | 0.943 | 1.08 |
| | 3.750 | 3.212 | 0.304 | 0.856 | 0.826 | 2.14 |
| | 5.650 | 4.510 | 0.260 | 0.800 | 0.900 | 3.20 |
| 200 | 2.752 | 2.540 | 0.282 | 0.933 | 0.931 | 1.37 |
| | 4.390 | 3.870 | 0.262 | 0.880 | 0.842 | 2.19 |
| | 6.460 | 5.340 | 0.252 | 0.830 | 0.751 | 3.32 |
| 300 | 2.181 | 1.858 | 0.400 | 0.852 | 0.885 | 0.72 |
| | 4.134 | 3.376 | 0.372 | 0.817 | 0.806 | 1.37 |
| | 5.960 | 4.630 | 0.350 | 0.780 | 0.730 | 1.98 |
| 400 | 1.260 | 1.034 | 0416 | 0820 | 0846 | 0.31 |
| | 2.702 | 2.144 | 0.385 | 0.793 | 0.778 | 0.67 |
| | 4.276 | 3.418 | 0.366 | 0.799 | 0.773 | 1.07 |

H=55

| D/H=0.545 | | | D=30 | | 0.550≥H/λ≥0.137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | 2Aoo | 2Aoi | R | T | $R^2+T^2$ | $\gamma^2$ (%) |
| 100 | 1520 | 1431 | 0057 | 0946 | 0898 | 1.52 |
| | 3.010 | 2910 | 0.043 | 0.930 | 0936 | 3.01 |
| | 4.520 | 4430 | 0.046 | 0.980 | 0960 | 4.52 |
| 125 | 1413 | 1.362 | 0.061 | 0.963 | 0933 | 1.13 |
| | 2812 | 2706 | 0.074 | 0.962 | 0932 | 2.25 |
| | 4.230 | 4.130 | 0.071 | 0.996 | 0.959 | 3.38 |
| 175 | 1488 | 1414 | 0.173 | 0.950 | 0933 | 0.85 |
| | 2948 | 2832 | 0.156 | 0.859 | 0941 | 1.68 |
| | 4.512 | 4.344 | 0.156 | 0.940 | 0909 | 2.57 |
| 200 | 2.360 | 2330 | 0.106 | 0910 | 0.840 | 1.28 |
| | 3790 | 3600 | 0.125 | 0.955 | 0928 | 1.88 |
| | 5320 | 4820 | 0.129 | 0907 | 0839 | 2.65 |
| 300 | 2.166 | 2.056 | 0.196 | 0.949 | 0.940 | 0.72 |
| | 4092 | 3792 | 0.191 | 0922 | 0.885 | 1.36 |
| | 5.900 | 5.380 | 0.207 | 0.910 | 0.876 | 1.97 |
| 400 | 1.198 | 1.035 | 0.314 | 0.897 | 0.904 | 0.29 |
| | 2.700 | 2.210 | 0.230 | 0.920 | 0902 | 0.60 |
| | | | | | | |

| D/H=0.363 | | | D=20 | | 0.550≥ H/λ≥0137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | 2Aoo | 2Aoi | R | T | $R^2+T^2$ | $\gamma^2$ (%) |
| 100 | 1552 | 1494 | 0.078 | 0.963 | 0933 | 1.53 |
| | 3.088 | 3026 | 0.036 | 0.980 | 0.961 | 3.08 |
| | 4590 | 4496 | 0.022 | 0.995 | 0.951 | 4.59 |
| 125 | 1468 | 1457 | 0036 | 0991 | 0985 | 1.19 |
| | 2890 | 2770 | 0.037 | 0960 | 0916 | 2.31 |
| | 4390 | 4210 | 0.016 | 0960 | 0920 | 3.51 |
| 175 | 1.344 | 1.260 | 0.111 | 0.937 | 0.891 | 0.76 |
| | 2.708 | 2640 | 0.095 | 0.985 | 0959 | 1.54 |
| | 4.136 | 3.984 | 0.069 | 0.963 | 0.932 | 2.36 |
| 200 | 2390 | 2380 | 0.046 | 0990 | 0986 | 1.19 |
| | 3912 | 3692 | 0.030 | 0989 | 0980 | 1.83 |
| | 4.916 | 4899 | 0.036 | 0992 | 0986 | 2.45 |
| 300 | 1920 | 1916 | 0.140 | 0993 | 0999 | 0.64 |
| | 3.816 | 3.708 | 0.114 | 0932 | 0957 | 1.27 |
| | 5.698 | 5.410 | 0.112 | 0949 | 0.974 | 1.89 |
| 400 | 1.116 | 1.036 | 0.198 | 0928 | 0900 | 0.28 |
| | 2352 | 2258 | 0.172 | 0960 | 0952 | 0.58 |
| | 3.630 | 3468 | 0.120 | 0955 | 0929 | 0.91 |

| D/H=0.181 | | | D=10 | | 0.550≥ H/λ≥0.137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | 2Aoo | 2Aoi | R | T | $R^2+T^2$ | $\gamma^2$ (%) |
| 100 | 1581 | 1492 | 0.068 | 0.993 | 0894 | 1.58 |
| | 3.116 | 3.016 | 0.029 | 0.963 | 0.937 | 3.11 |
| | 4550 | 4460 | 0.085 | 0.980 | 0964 | 4.55 |
| 125 | 1.504 | 1485 | 0.024 | 0.989 | 0.975 | 1.20 |
| | 3.030 | 2812 | 0.015 | 0.948 | 0899 | 2.42 |
| | 4420 | 4.240 | 0.008 | 0.960 | 0.921 | 3.53 |
| 175 | 1393 | 1.256 | 0.074 | 0.970 | 0.947 | 0.74 |
| | 2.596 | 2.516 | 0.042 | 0.985 | 0971 | 1.98 |
| | 3920 | 3832 | 0.023 | 0.977 | 0955 | 2.24 |

| D/H=0.181 | | | D=10 | | 0.550≥ H/λ≥0137 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | 2Aoo | 2Aoi | R | T | $R^2+T^2$ | $\gamma^2$ (%) |
| 200 | 2390 | 2210 | 0.054 | 0923 | 0855 | 1.19 |
| | 3.820 | 3633 | 0.042 | 0.950 | 0.904 | 1.91 |
| | 4.790 | 4.630 | 0.031 | 0.977 | 0956 | 2.37 |
| 300 | 1770 | 1720 | 0.119 | 0922 | 0859 | 0.59 |
| | 3.570 | 3.390 | 0.069 | 0.990 | 0984 | 1.19 |
| | 5332 | 5250 | 0.042 | 0984 | 0971 | 1.77 |
| 400 | 1132 | 1.081 | 0.214 | 0969 | 0956 | 0.28 |
| | 2.288 | 2.230 | 0.140 | 0974 | 0978 | 0.57 |
| | 3.574 | 3.496 | 0.114 | 0912 | 0969 | 0.89 |

TAB. XX

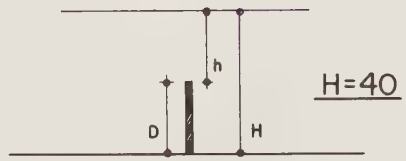
# COEFFICIENTS DE REFLEXION ET TRANSMISSION

## MESURE A LA POINTE
(NOEUD-VENTRE)

| H/λ=0.066 | | | λ=600 | | | 0.250≤D/H≤0.750 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| D | $2A_{oo}$ | $2A_{ot}$ | R | T | $R^2+T^2$ | $\gamma$ (%) |
| 10 | 1.376 | 1.326 | 0.419 | 0.964 | 1.104 | 0.22 |
| | 1.862 | 1.826 | 0.371 | 0.980 | 1.098 | 0.31 |
| | 2.344 | 2.323 | 0.347 | 0.991 | 1.101 | 0.39 |
| 20 | 1.313 | 1.198 | 0.471 | 0.913 | 1.055 | 0.21 |
| | 1.747 | 1.631 | 0.453 | 0.934 | 1.077 | 0.29 |
| | 2.240 | 2.038 | 0.412 | 0.909 | 0.998 | 0.37 |
| 30 | 1.243 | 1.009 | 0.583 | 0.812 | 0.999 | 0.20 |
| | 1.702 | 1.368 | 0.526 | 0.803 | 0.923 | 0.28 |
| | 2.082 | 1.746 | 0.510 | 0.838 | 0.963 | 0.34 |

## ANALYS HARMONIQUE EN 3 POINTS
METHODE DES MOINDRES CARRES

| H/λ=0.066 | | | λ=600 | | | 0.250≤D/H≤0.750 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| D | $2A_{oo}$ | $2A_{ot}$ | R | T | $R^2+T^2$ | $\gamma$ (%) |
| 10 | 1.395 | 1.369 | 0.426 | 0.980 | 1.144 | 0.23 |
| | 1.902 | 1.823 | 0.395 | 0.958 | 1.074 | 0.31 |
| | 2.340 | 2.276 | 0.357 | 0.972 | 1.073 | 0.39 |
| 20 | 1.261 | 1.187 | 0.480 | 0.941 | 1.116 | 0.21 |
| | 1.693 | 1.530 | 0.468 | 0.903 | 1.035 | 0.28 |
| | 2.166 | 1.965 | 0.417 | 0.907 | 0.997 | 0.36 |
| 30 | 1.280 | 1.038 | 0.545 | 0.811 | 0.954 | 0.21 |
| | 1.716 | 1.353 | 0.538 | 0.788 | 0.911 | 0.28 |
| | 2.108 | 1.665 | 0.527 | 0.790 | 0.902 | 0.35 |




H=40

TAB. XXI

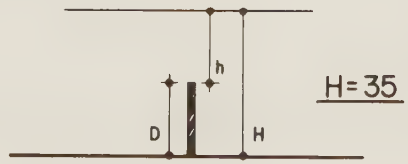
# COEFFICIENTS DE REFLEXION ET TRANSMISSION

## MESURE A LA POINTE
(NOEUD - VENTRE)

| H/λ = 0.038 | | | λ = 900 | | 0.285 ≤ D/H ≤ 0.857 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| D | $2A_{00}$ | $2A_{01}$ | R | T | $R^2+T^2$ | $\gamma$ (%) |
| 10 | 1.628 | 1.584 | 0.214 | 0.972 | 0.991 | 0.18 |
| | 2.222 | 2.217 | 0.174 | 0.997 | 1.025 | 0.24 |
| | 2.781 | 2.779 | 0.152 | 0.999 | 1.021 | 0.30 |
| 20 | 1.525 | 1.443 | 0.226 | 0.946 | 0.946 | 0.16 |
| | 2.102 | 2.002 | 0.181 | 0.952 | 0.940 | 0.23 |
| | 2.657 | 2.562 | 0.125 | 0.964 | 0.945 | 0.29 |
| 30 | 0.925 | 0.701 | 0.229 | 0.757 | 0.626 | 0.10 |
| | 1.696 | 1.141 | 0.205 | 0.672 | 0.494 | 0.18 |
| | | | | | | |

## ANALYS HARMONIQUE EN 3 POINTS
METHODE DES MOINDRES CARRES

| H/λ = 0.038 | | | λ = 900 | | 0.285 ≤ D/H ≤ 0.857 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| D | $2A_{00}$ | $2A_{01}$ | R | T | $R^2+T^2$ | $\gamma$ (%) |
| 10 | 1.558 | 1.549 | 0.24 | 0.994 | 1.04 | 0.17 |
| | 2.186 | 2.178 | 0.196 | 0.996 | 1.031 | 0.24 |
| | 2.798 | 2.668 | 0.146 | 0.954 | 0.931 | 0.31 |
| 20 | 1.506 | 1.435 | 0.234 | 0.952 | 0.962 | 0.16 |
| | 2.092 | 1.914 | 0.187 | 0.915 | 0.872 | 0.23 |
| | 2.750 | 2.376 | 0.12 | 0.864 | 0.76 | 0.30 |
| 30 | 0.909 | 0.644 | 0.198 | 0.708 | 0.541 | 0.10 |
| | 1.682 | 1.105 | 0.170 | 0.656 | 0.460 | 0.18 |
| | | | | | | |




H = 35

TAB. XXII

## II. COMPARAISON DES RESULTATS THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX.

### 1. Choix et justification des abaques théoriques.

Afin de mieux les expliciter, nous avons procédé ici à une présentation des abaques nus et groupés obtenus à partir des théories de DEAN [17] , WIEGEL [18] , MEI et BLACK [19] ; mais cette présentation matérielle particulière ne faciliterait pas la mise en place et les interprétations des résultats expérimentaux ; c'est pourquoi, dans les paragraphes suivants, les résultats définitifs seront présentés au droit des courbes particulières extraites des réseaux précédents suivant les différentes valeurs des paramètres.

La confrontation entre les différentes théories évoquées portera essentiellement sur la réflexion et la transmission de l'écran qui caractérisent son influence sur la propagation des ondes. Cette influence sera d'autant plus importante que le coefficient de réflexion de l'écran sera grand et que le coefficient de transmission sera petit.

Rappelons les expressions des coefficients de réflexion et de transmission d'après WIEGEL et d'après DEAN.

WIEGEL : $$R=\left[\frac{4\pi/\lambda\,(H-h)+\mathrm{sh}\,4\pi/\lambda\,(H-h)}{4\pi/\lambda\,H+\mathrm{sh}\,4\pi/\lambda\,H}\right]^{1/2} ; \quad T=\left[\frac{4\pi/\lambda\,h+\mathrm{sh}\,4\pi/\lambda\,H-\mathrm{sh}\,4\pi/\lambda\,(H-h)}{4\pi/\lambda\,H+\mathrm{sh}\,4\pi/\lambda\,H}\right]^{1/2}$$

DEAN : $$R=\frac{I_1}{\left[I_1^{\,2}+(M+I_2)^2\right]^{1/2}} \quad ; \quad T=\frac{M+I_2}{\left[I_1^{\,2}+(M+I_2)^2\right]^{1/2}}$$

La solution exacte de DEAN obtenue, dans le cas de la profondeur infinie ($H/\lambda \geq 0.5$) donne la variation des coefficients de réflexion et de transmission en fonction du paramètre $m = 2\pi\, h/\lambda$ ; les courbes correspondantes $R(2\pi h/\lambda)$ et $T(2\pi h/\lambda)$ déjà montrées dans la fig. 1 du chapitre I, vont nous permettre par la suite de donner une vue synthétique et de fournir quelques commentaires dans la confrontation des courbes des théories de WIEGEL et celle de MEI et BLACK paramétrées en D/H (hauteur relative de l'écran) ou en H/h (immersion relative de l'écran).

Pour mettre en évidence l'influence de la profondeur relative $H/\lambda$ , dans la solution exacte de DEAN, nous avons calculé les expressions de R et de T pour des valeurs $H/\lambda < 0.5$ et nous avons déterminé des séries d'abaques R(D/H) et T(D/H) paramétrées en $H/\lambda$ qui sont confrontées à celles qui ont été obtenues à partir des expressions de WIEGEL. Ces abaques font l'objet d'une autre interprétation.

1.1. Diagrammes R( $2\pi h/\lambda$ ) [DEAN, WIEGEL] .

Le réseau d'abaques R( $2\pi h/\lambda$ ), d'après WIEGEL et DEAN, est donné dans la fig. 13.

En profondeur infinie, l'expression de R donnée par DEAN permet de déterminer l'allure de la courbe R( $2\pi h/\lambda$ ) aux limites ; en effet, quand $m \longrightarrow \infty$ , c'est-à-dire quand $h \longrightarrow \infty$ , il n'y a plus d'écran et le coefficient de réflexion de l'écran est zéro ; par contre, quand m et par suite h tendent vers zéro, l'écran obture complètement le canal et le coefficient de réflexion est égal à 1.

En profondeur finie, l'expression de R donnée par WIEGEL, permet d'obtenir des abaques R( $2\pi h/\lambda$ ) paramétrés indirectement, soit en D/H (hauteur relative de l'écran), soit en H/h (immersion relative de l'écran). Nous avons choisi à cet effet 5 valeurs de ces paramètres telles que : D/H = 0.181 (H/h = 1.22), D/H = 0.363 (H/h = 1.57), D/H = 0.545 (H/h = 2.20), D/H = 0.727 (H/h = 3.66 , D/H = 0.909 (H/h = 11). L'expression de WIEGEL donnant R , quand $m \longrightarrow 0$ devient : $R = \left[\frac{H-h}{H}\right]^{1/2}$ ; intuitivement, il est clair que si $D/H \longrightarrow 0$ ($H/h \longrightarrow 1$), toute l'énergie est transmise et si $D/H \longrightarrow 1$ ($H/h \longrightarrow \infty$ ) toute l'énergie sera réfléchie ; ainsi R doit varier théoriquement entre 0 et 1 comme le montrent les abaques. A mesure que m augmente, les courbes R( $2\pi h/\lambda$ ) s'amortissent en convergeant asymptotiquement vers la courbe de DEAN quand $m \longrightarrow \infty$.

Les valeurs de R prévues par la théorie de WIEGEL sont plus élevées que celles prévues par la théorie de DEAN et il existe des différences notables entre ces théories spécialement aux faibles valeurs de m ; ceci peut être dû au fait qu'à ces valeurs de m on a utilisé des ondes de plus en plus longues pour lesquelles la théorie linéaire du petit paramètre de POINCARE est de moins en moins valable ; les points expérimentaux permettront d'apprécier cette validité :

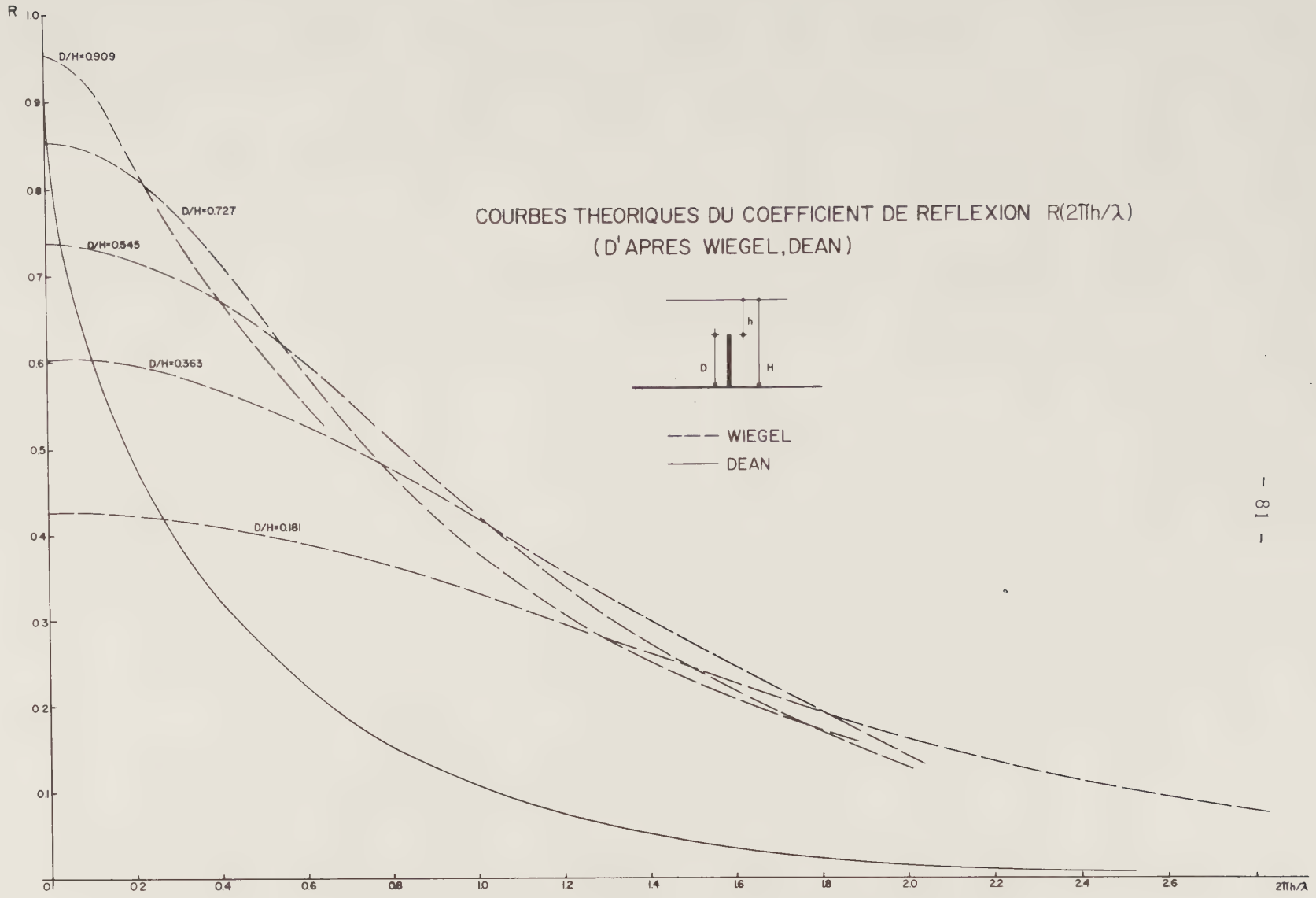

COURBES THEORIQUES DU COEFFICIENT DE REFLEXION R(2Πh/λ)
(D'APRES WIEGEL, DEAN)
R
D/H=0.909
D/H=0.727
D/H=0.545
D/H=0.363
D/H=0.181
h
D
H
WIEGEL
DEAN
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6
1.8
2.0
2.2
2.4
2.6
2Πh/λ

fig.13

1.2. Diagrammes $T(2\pi h/\lambda)$ [DEAN, WIEGEL].

La fig. 14 donne les abaques $T(2\pi h/\lambda)$ d'après la théorie de WIEGEL et la théorie de DEAN.

La courbe $T(2\pi h/\lambda)$ d'après l'expression de DEAN montre qu'aux limites quand $\underline{m} = 2\pi h/\lambda \longrightarrow 0$, c'est-à-dire quand $h \longrightarrow 0$, l'écran obturant complètement le canal, toute l'énergie étant réfléchie, le coefficient de transmission est égal à zéro ; par contre quand $\underline{m}$ et par suite $\underline{h}$ tendent vers l'infini, il n'y a plus d'écran, toute l'énergie étant transmise, le coefficient de transmission est égal à 1.

Les abaques $T(2\pi h/\lambda)$ tirés de l'expression de WIEGEL pour les mêmes valeurs du paramètre D/H que précédemment, montrent que quand $m \longrightarrow 0$, l'expression de T devient $T = \left[\frac{h}{H}\right]^{1/2}$. On conçoit que, quand $h \longrightarrow 0$ $(D/H \longrightarrow 1)$, l'écran obturant complètement le canal, le coefficient de transmission $T \longrightarrow 0$ ; par contre quand $h \longrightarrow H$ $(D/H \longrightarrow 0)$, il n'y aura plus d'écran et le coefficient de transmission $T \longrightarrow 1$. Quand $m \longrightarrow \infty$, les courbes $T(2\pi h/\lambda)$ tendent comparativement vers l'unité en se confondant progressivement avec la courbe de DEAN. On constate que pour toute valeur donnée de $2\pi h/\lambda$, la valeur la plus faible de T est donnée par la théorie de WIEGEL.

Comme précédemment, aux très faibles valeurs de $\underline{m}$ les abaques $T(2\pi h/\lambda)$ tirés de la théorie de DEAN et de la théorie de WIEGEL sont contradictoires ; ceci est en liaison avec les valeurs élevées de la longueur d'onde, valeurs pour lesquelles il faudrait modifier la théorie. Les points expérimentaux apporteront quelques indications à ce sujet.

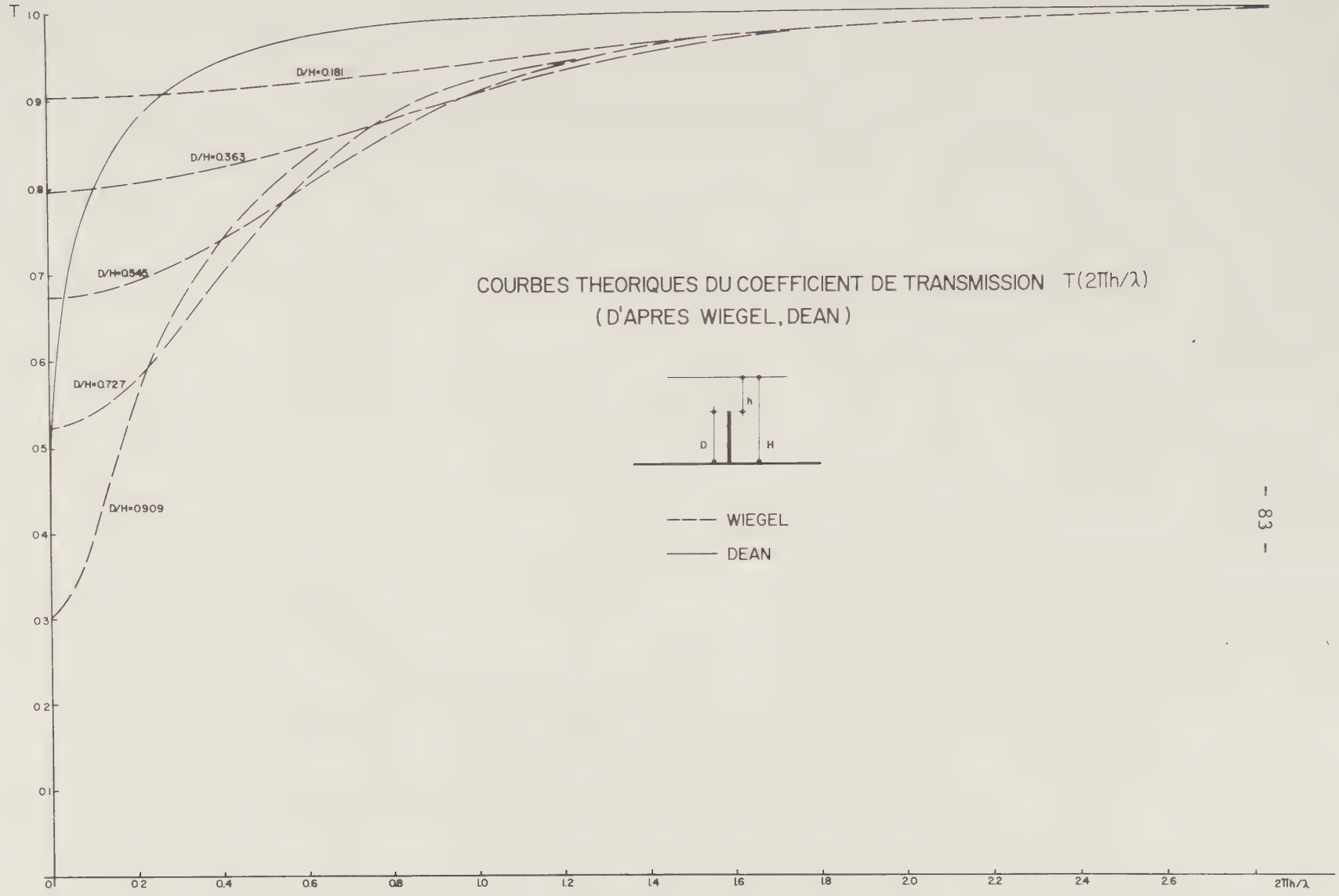

T
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
D/H=0.181
D/H=0.363
D/H=0.545
D/H=0.727
D/H=0.909
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6
1.8
2.0
2.2
2.4
2.6
2πh/λ
COURBES THEORIQUES DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION T(2πh/λ)
(D'APRES WIEGEL, DEAN)
h
D
H
WIEGEL
DEAN



fig.14

1.3. Diagrammes R( $2\pi h/\lambda$ ) [DEAN, MEI et BLACK] .

Dans les diagrammes de la fig. 15 nous présentons les abaques R($2\pi h/\lambda$ ) donnés par MEI et BLACK pour 4 valeurs du paramètre H/h (immersion relative de l'écran); ces valeurs sont H/h = 2, 4, 6, $\infty$ qui correspondent respectivement aux valeurs du paramètre hauteur relative de l'écran D/H = 0.50, 0.75, 0.83, 1.0.

La solution approchée de MEI et BLACK obtenue numériquement par la méthode variationnelle, montre un excellent accord avec la solution exacte de DEAN dans le cas de la profondeur infinie (H/h = $\infty$ ) ; pour des valeurs finies de H/h et faibles de $m = 2\pi h/\lambda$ , la différence entre les deux solutions est notable. Concernant les courbes (H/h) de MEI et BLACK en profondeur finie, le coefficient de réflexion passe par un maximum et tend vers zéro, tandis que dans le cas de la profondeur infinie, il tend vers 1.

En profondeur finie, pour les faibles valeurs de $\underline{m}$ (longueur d'onde grande par rapport à la hauteur de l'écran D ) on peut imaginer physiquement que la présence de l'écran soit en quelque sorte "ignorée" par l'onde et l'énergie toute transmise ; par contre quand $\underline{m} \longrightarrow \infty$ , la longueur d'onde est courte et l'énergie de l'onde réside sur une fraction seulement de la hauteur d'eau H et la transmission est pratiquement totale ; entre les valeurs extrêmes de $\underline{m}$ considérées, chacune des courbes (H/h) passe par un maximum qui révèle une sensibilité d'autant plus marquée à la présence de l'écran, que $2\pi h/\lambda$ est plus petit.

Les différences frappantes entre ces 3 théories pour décire des phénomènes en apparence aussi simples que ceux provoqués par la présence d'un écran immergé dans un canal horizontal, montrent l'intérêt qu'il peut y avoir à étendre les investigations théoriques et expérimentales du côté des houles en eau peu profonde.

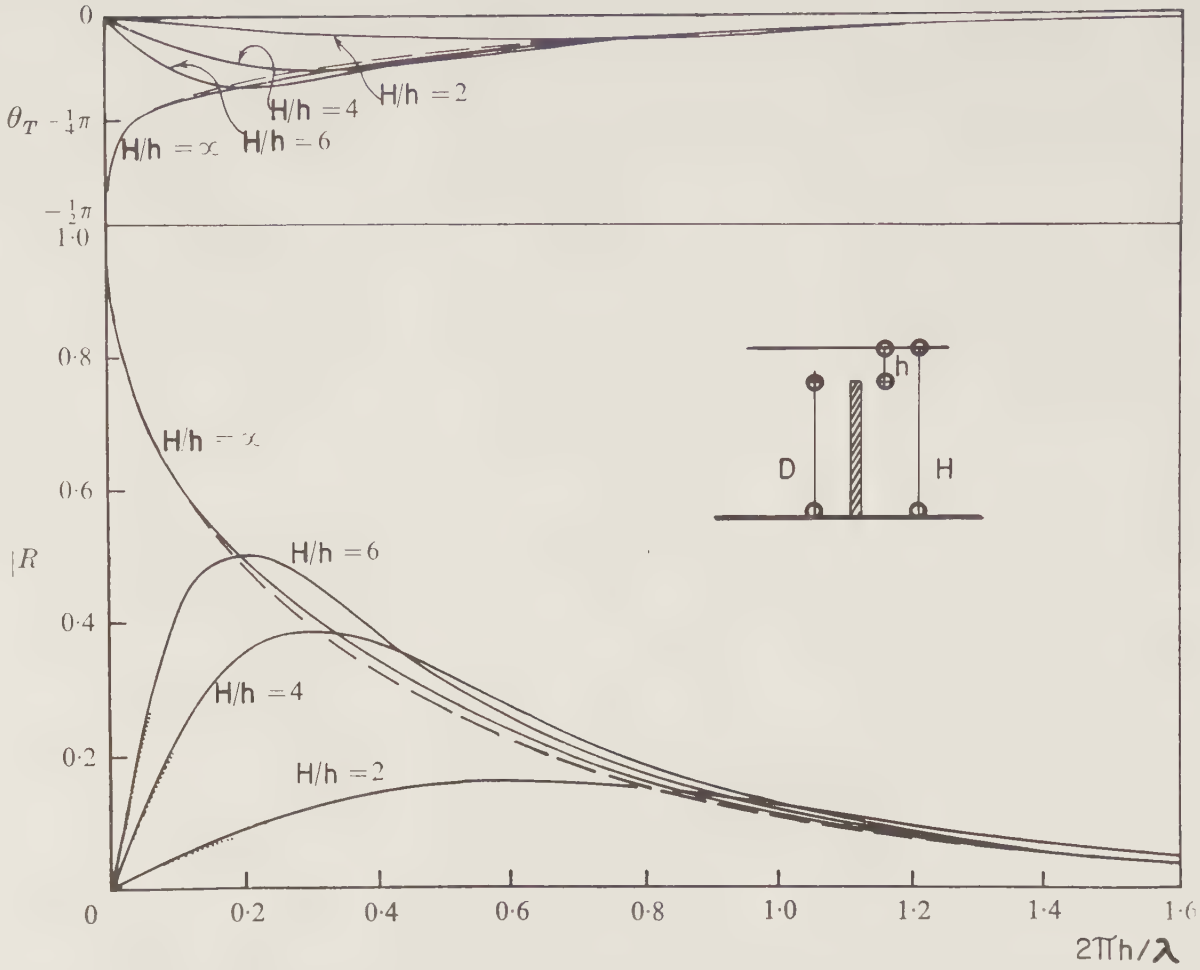



fig. 15

Coefficient de Reflexion et phase de Transmission dans le cas d'un ecran mince

— — —, Solution exacte de DEAN pour H— ∞; .....

....., Approximation d'OGILVIE pour les Ondes Longues.

1.4. Diagrammes R(D/H) [DEAN, WIEGEL] .

La fig. 16 montre les abaques R(D/H) d'après WIEGEL et DEAN pour 4 valeurs de la profondeur relative $H/\lambda$ = 0.55, 0.275, 0.183, 0.137.

On peut voir dans les courbes R(D/H) résultant des théories de DEAN et WIEGEL que quand $D/H \longrightarrow 1$, l'écran obture complètement le canal, toute l'énergie sera réfléchie et le coefficient de réflexion $R \longrightarrow 1$ ; par contre quand $D/H \longrightarrow 0$ (absence d'écran), toute l'énergie sera transmise et $R \longrightarrow 0$. Des divergences importantes apparaissent entre les 2 théories notamment aux plus faibles valeurs de la profondeur relative ; les abaques de WIEGEL donnent des valeurs systématiquement plus élevées que celles prévues par les abaques de DEAN. Cette présentation des courbes R(D/H) montre que pour une valeur D/H donnée, le coefficient de réflexion de l'écran augmente quand la profondeur relative diminue, ce qui semblerait montrer que l'écran réfléchit d'autant mieux les ondes que la profondeur relative est plus faible ; l'écran vertical agissant comme obstacle amortisseur devient plus "efficace" en profondeur finie ($H/\lambda < 0.5$).

1.5. Diagrammes T(D/H) [DEAN, WIEGEL] .

Dans la fig. 17 on peut voir une synthèse de l'ensemble des abaques T(D/H) d'après WIEGEL et DEAN pour les mêmes valeurs de la profondeur relative $H/\lambda$ que précédemment ($H/\lambda$ = 0.55, 0.275, 0.183, 0.137) ; quand $D/H \longrightarrow 0$ (absence d'écran) toute l'énergie sera transmise et le coefficient de transmission $T \longrightarrow 1$ ; par contre quand $D/H \longrightarrow 1$, l'écran obture tout le canal, toute l'énergie sera réfléchie et le coefficient de transmission $T \longrightarrow 0$.

Pour les phénomènes de la transmission, on voit que l'allure générale des courbes est identique ; les abaques résultant de la théorie de WIEGEL donnent des valeurs systématiquement plus faibles que les abaques provenant de la théorie de DEAN. Le coefficient de transmission de l'écran varie dans le même sens que la profondeur relative confirmant ainsi le fait que quand la profondeur relative diminue, les ondes sont plus facilement réfléchies par l'écran.

COURBES THEORIQUES DU COEFFICIENT DE REFLEXION R(D/H)
( D'APRES WIEGEL, DEAN )

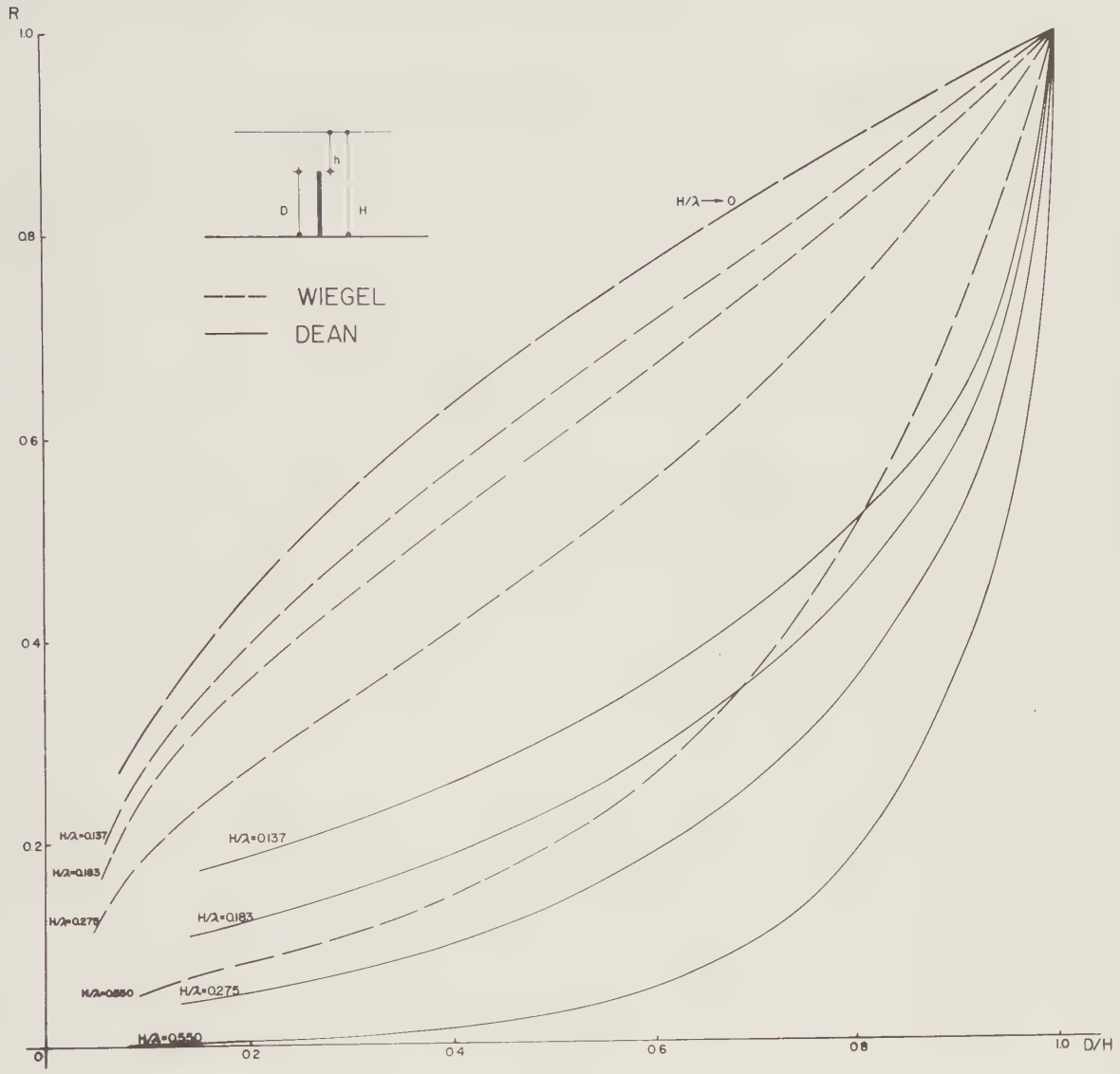



fig.16

COURBES THEORIQUES DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION T(D/H)
( D'APRES WIEGEL, DEAN )

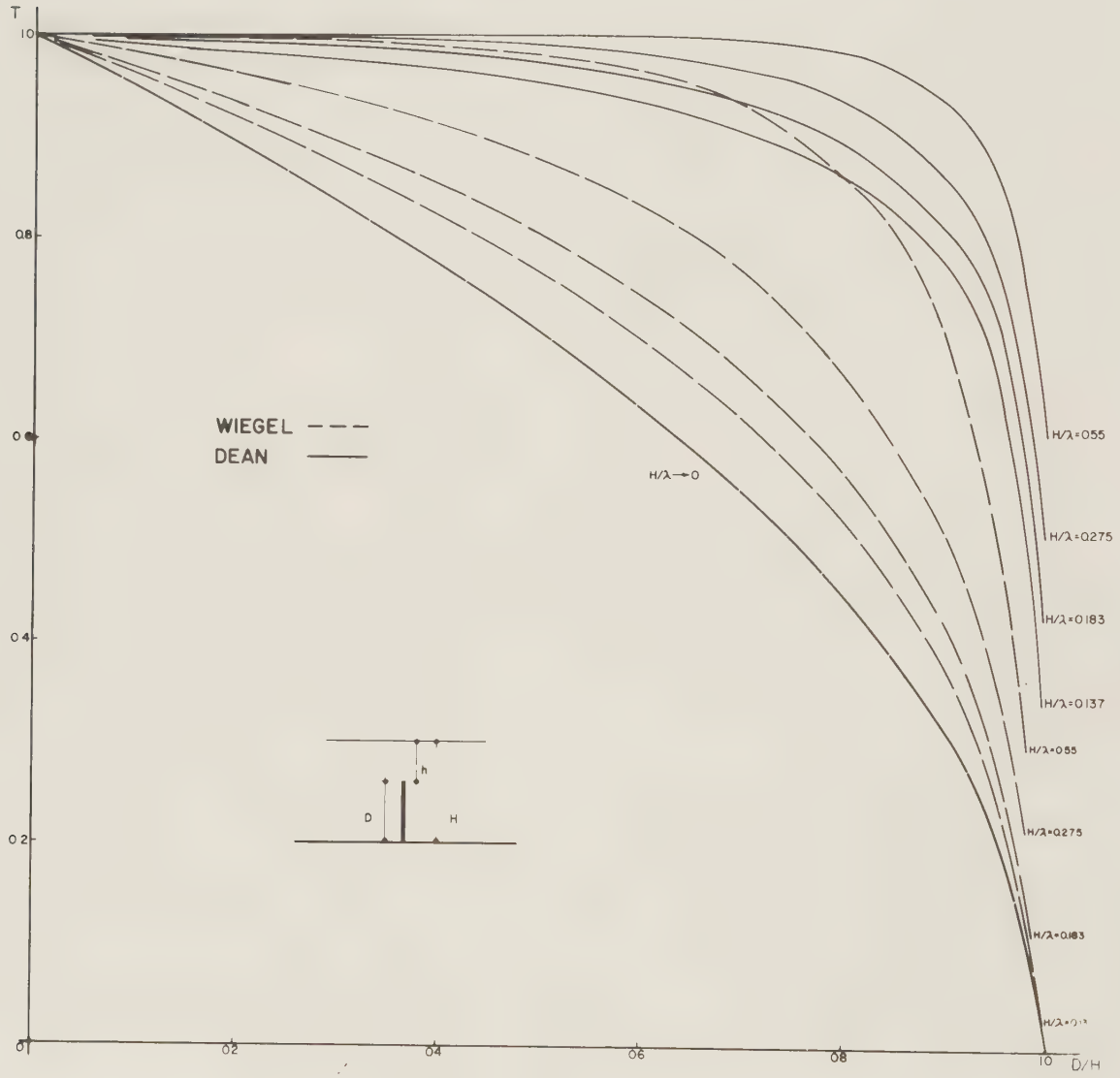



fig.17

## 2. Résultats expérimentaux.

### 2.1. Diagrammes $R(2\pi h/\lambda)$, $T(2\pi h/\lambda)$, DEAN, WIEGEL .

En vue de la confrontation théorie-expérience, nous avons présenté tout d'abord les résultats expérimentaux au droit des courbes tirées des abaques $R(2\pi h/\lambda)$ et $T(2\pi h/\lambda)$ des fig , 13 et 14, pour chacune des valeurs de la hauteur relative de l'écran D/H = 0.181, D/H = 0.363, D/H = 0.565, D/H = 0.727, D/H = 0.909.

Au cours de ces essais effectués avec une hauteur d'eau H = 55 cm, les longueurs d'onde employées étaient $\lambda$= 100 cm, $\lambda$= 125 cm, $\lambda$= 175 cm, $\lambda$ = 200 cm, $\lambda$= 300 cm, $\lambda$ = 400 cm, avec une cambrure qui a varié entre 0.2 % et 5.0 %.

#### 2.1.1. Diagrammes $R(2\pi h/\lambda)$, $T(2\pi h/\lambda)$, pour D/H = 0.181.

Les diagrammes de la fig. 18 concernent les résultats pour la valeur D/H = 0.181 de la hauteur relative de l'écran.

La variation du coefficient de transmission de l'écran pour toutes les longueurs d'onde, montre que les valeurs expérimentales se situent assez près des courbes théoriques de WIEGEL et DEAN ; le coefficient de transmission très voisin de l'unité a varié entre 0.98 et 0.90 ; l'écran avec une hauteur D = 10 cm, ne semble pas présenter un obstacle à la transmission de l'énergie de l'onde incidente sur l'écran ; l'influence de la cambrure est irrégulière, mais il semble que T varie dans le même sens.

Concernant le coefficient de réflexion de l'écran, la valeur de R varie entre 0.01 et 0.21 ; les points de mesure s'alignent assez bien au droit de la courbe de DEAN pour toutes les longueurs d'onde et toujours au dessous de la courbe de WIEGEL ; le coefficient de réflexion varie dans le sens inverse de celui de la cambrure ; les valeurs les plus élevées de R correspondent aux plus grandes longueurs d'onde (300 cm $\leq \lambda \geq$ 400 cm) pour lesquelles l'influence de l'écran est plus nette.

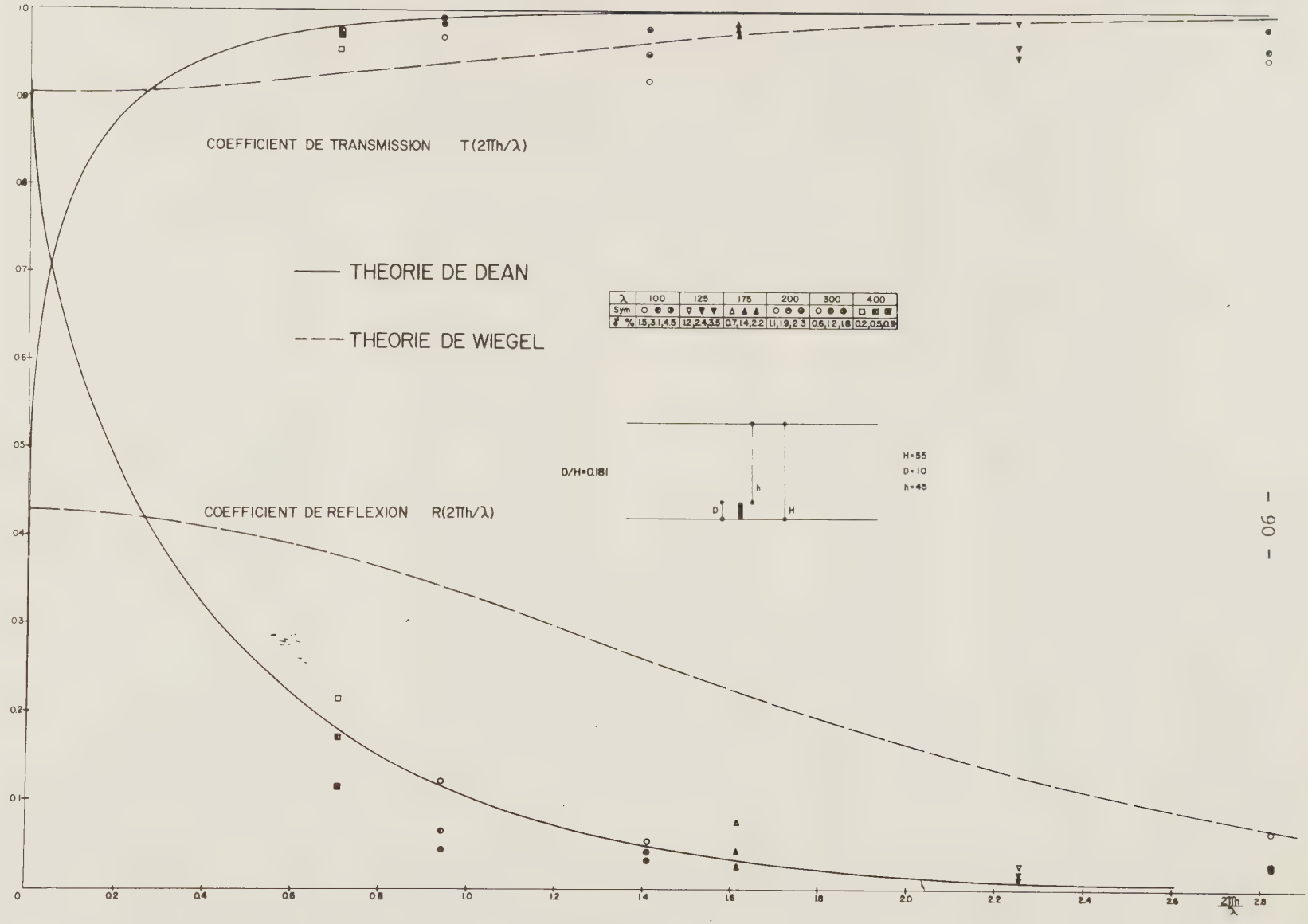

COEFFICIENT DE TRANSMISSION T(2πh/λ)
THEORIE DE DEAN
THEORIE DE WIEGEL
COEFFICIENT DE REFLEXION R(2πh/λ)
λ | 100 | 125 | 175 | 200 | 300 | 400
Sym
δ % | 1.5,3.1,4.5 | 1.2,2.4,3.5 | 0.7,1.4,2.2 | 1.1,1.9,2.3 | 0.6,1.2,1.8 | 0.2,0.5,0.9
D/H=0.181
H=55
D=10
h=45
h
D
H
2πh/λ

fig.18

2.1.2. Diagrammes $R(2\pi h/\lambda)$, $T(2\pi h/\lambda)$ pour D/H = 0.363.

Les diagrammes de la fig. 19, donnent les résultats pour la valeur D/H = 0.363 de la hauteur relative de l'écran.

Les valeurs expérimentales de T elles aussi très proches de l'unité, ont varié entre 0.99 et 0.93; pour les ondes les plus courtes, (100 cm $\leq \lambda \geq$ 175 cm) les points de mesure se rapprochent de la courbe de WIEGEL ; par contre pour les ondes moyennes (200 cm $\leq \lambda \geq$ 400 cm) les points expérimentaux se rapprochent de la courbe de DEAN. On note une tendance discrète à l'augmentation de T avec la cambrure. Pour une hauteur d'écran D = 20 cm, il existe pratiquement une transmission complète de l'onde incidente.

Les points expérimentaux concernant le coefficient de réflexion suivent l'allure de la courbe de DEAN pour toutes les longueurs d'onde, avec des valeurs de R variant entre 0.02 et 0.20. Le coefficient de réflexion diminue quand la cambrure augmente et les valeurs de R les plus élevées correspondent aux plus grandes longueurs d'onde ; pour les ondes les plus courtes (100 cm $\leq \lambda \geq$ 175 cm), les points de mesure sont au dessus de la courbe de DEAN ; par contre, ils sont au dessous dans le cas des ondes moyennes (200 cm $\leq \lambda \geq$ 400 cm) domaine dans lequel l'influence de l'écran semble plus marquée ; on peut noter par ailleurs une divergence complète avec la courbe théorique de WIEGEL.

2.1.3. Diagrammes $R(2\pi h/\lambda)$, $T(2\pi h/\lambda)$ pour D/H = 0.545.

Les diagrammes de la fig. 20 montrent les résultats obtenus pour la valeur D/H = 0.545, hauteur relative de l'écran.

Les points expérimentaux concernant le coefficient de transmission de l'écran T , compris entre les valeurs 0.98 et 0.89 semblent se rapprocher de la courbe de WIEGEL pour les ondes les plus courtes (100 cm $\leq \lambda \geq$ 125 cm) ; par contre dans le cas des ondes moyennes (175 cm $\leq \lambda \geq$ 400 cm) on se rapproche davantage de la courbe de DEAN. L'influence de la cambrure est incertaine, mais il y a une tendance pour T à varier dans le même sens que la cambrure. Pour une hauteur d'écran D = 30 cm, la transmission demeure importante avec une tendance à diminuer quand la longueur d'onde augmente.

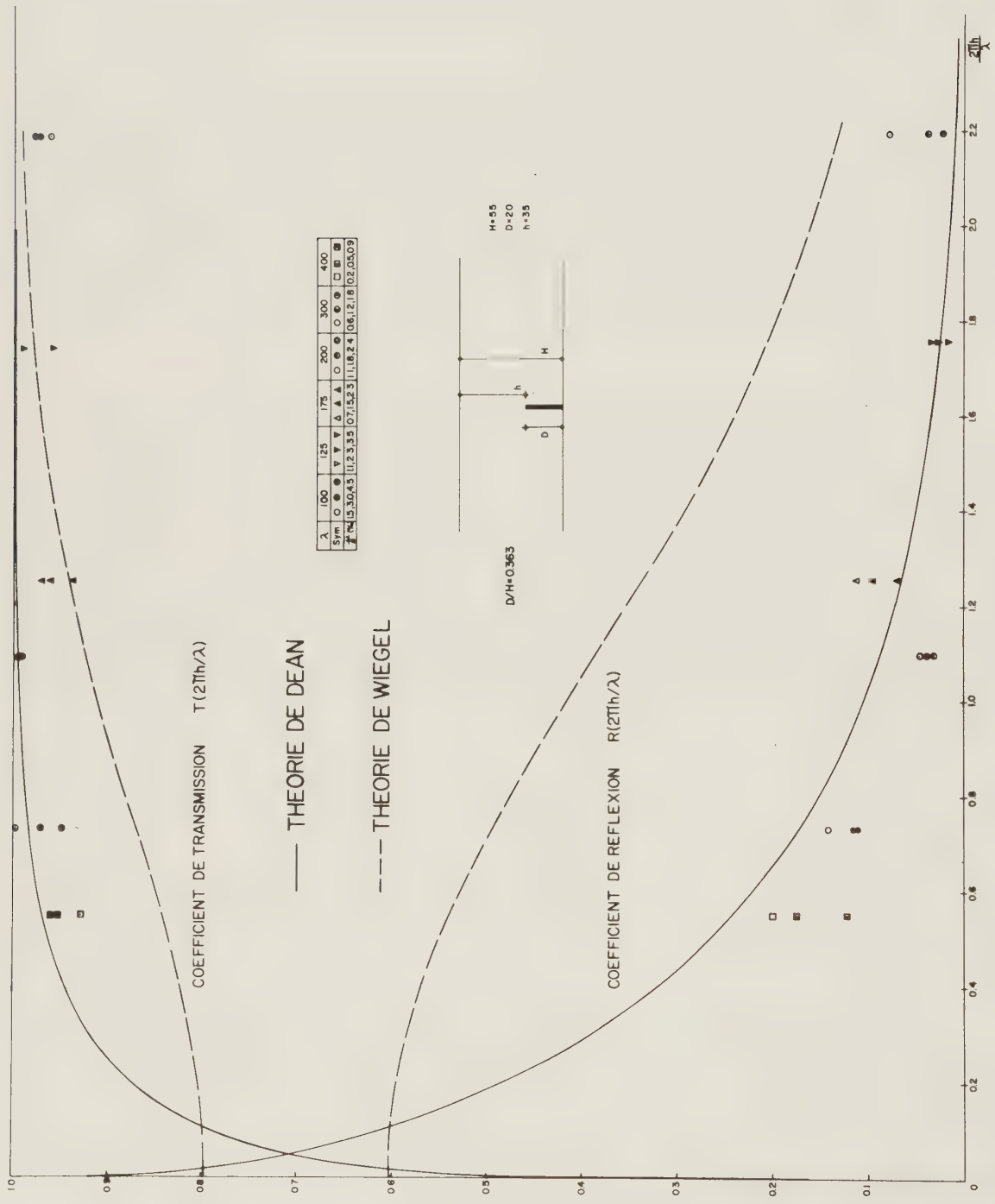

COEFFICIENT DE TRANSMISSION T(2Πh/λ)
COEFFICIENT DE REFLEXION R(2Πh/λ)
—— THEORIE DE DEAN
--- THEORIE DE WIEGEL
D/H=0.363
H=55
D=20
h=35
2Πh/λ

fig.19

Pour le coefficient de réflexion de l'écran, l'accord des points de mesure avec la courbe de DEAN est à noter ; ils se situent au dessus de cette courbe pour les ondes les plus courtes (100 cm $\leq \lambda \geq$ 175 cm) et au dessous pour les ondes moyennes (200 cm $\leq \lambda \geq$ 400 cm) ; par contre le désaccord avec la courbe théorique de WIEGEL est considérable ; les valeurs de R varient entre 0.04 et 0.31 : (les plus élevées avec les plus grandes longueurs d'onde). Le coefficient de réflexion varie en sens inverse de la cambrure. Il apparaît donc que la perturbation occasionnée par l'écran soit plus nette que précédemment.

2.1.4. Diagrammes $R(2\pi h/\lambda)$, $T(2\pi h/\lambda)$ pour D/H = 0.727.

Les diagrammes de la fig. 21, donnent les résultats pour la valeur D/H = 0.727 de la hauteur relative de l'écran.

Les valeurs expérimentales du coefficient de transmission de l'écran T variant entre 0.96 et 0.78 donnent des points qui se placent entre les deux courbes théoriques avec un accord plus marqué dans le sens de WIEGEL pour les petites ondes (100 cm $\leq \lambda \geq$ 175 cm) ; la transmission qui demeure encore importante pour une hauteur d'écran D = 40 cm diminue quand la longueur d'onde augmente ; quoique l'influence ne soit pas systématique, il semble qu'un fait nouveau apparaisse en contradiction avec les résultats précédents : T varie en raison inverse de la cambrure.

Les résultats concernant le coefficient de réflexion de l'écran suivent d'assez près la courbe de DEAN avec des points expérimentaux qui se placent au dessus pour les ondes courtes (100 cm $\leq \lambda \geq$ 175 cm) et au dessous pour les ondes moyennes (200 cm $\leq \lambda \geq$ 400 cm). Il existe un désaccord sensible de nos résultats avec la courbe de WIEGEL ; les valeurs de R se situent entre 0.12 et 0.41 et varient en raison inverse de la cambrure ; les valeurs les plus élevées correspondent aux ondes les plus longues. L'effet réfléchissant de l'écran est très nettement renforcé ; dans ce cas on peut constater par contre que, parallèlement, l'effet de transmission est diminué.

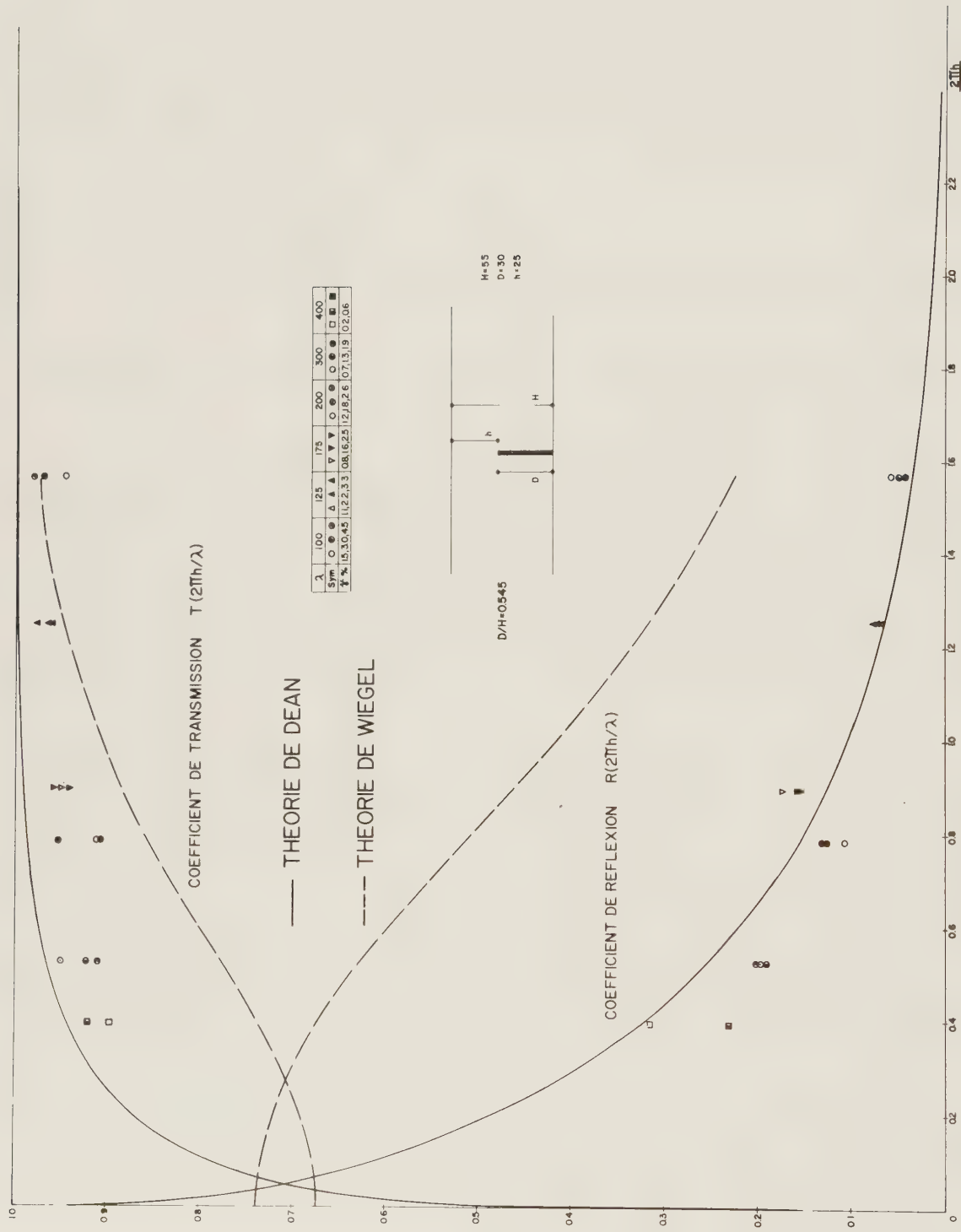

COEFFICIENT DE TRANSMISSION T(2πh/λ)
THEORIE DE DEAN
THEORIE DE WIEGEL
COEFFICIENT DE REFLEXION R(2πh/λ)
λ | 100 | 125 | 175 | 200 | 300 | 400
Sym
ε % | 1.5,3.0,4.5 | 1.1,2.2,3.3 | 0.8,1.6,2.5 | 1.2,1.8,2.6 | 0.7,1.3,1.9 | 0.2,0.6
D/H=0.545
H=55
D=30
h=25
h
D
H
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
1.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6
1.8
2.0
2.2
2πh/λ

fig.20

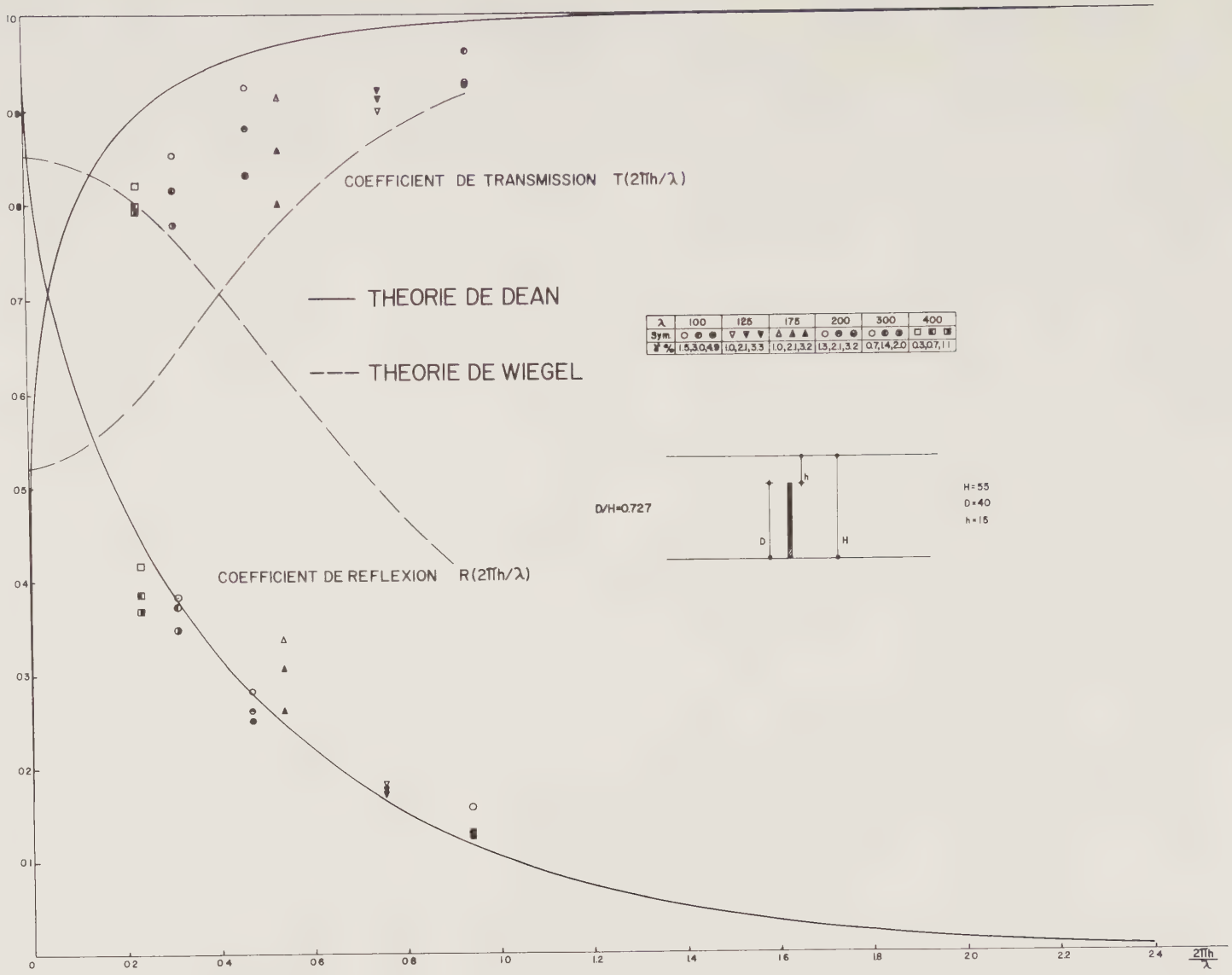

COEFFICIENT DE TRANSMISSION T(2πh/λ)
THEORIE DE DEAN
THEORIE DE WIEGEL
COEFFICIENT DE REFLEXION R(2πh/λ)
λ | 100 | 125 | 175 | 200 | 300 | 400
Sym. | ○ ◐ ● | ▽ ▼ ▼ | △ ▲ ▲ | ○ ◐ ● | ○ ◐ ● | □ ◧ ◨
δ % | 1.5,3.0,4.9 | 1.0,2.1,3.3 | 1.0,2.1,3.2 | 1.3,2.1,3.2 | 0.7,1.4,2.0 | 0.3,0.7,1.1
D/H=0.727
h
D
H
H=55
D=40
h=15
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6
1.8
2.0
2.2
2.4
2πh/λ

fig. 21

2.1.5. Diagrammes $R(2\pi h/\lambda)$, $T(2\pi h/\lambda)$ pour D/H = 0.909.

Les diagrammes de la fig. 22 donnent les résultats pour la valeur D/H = 0.909 de la hauteur relative de l'écran. (A cause de l'enchevêtrement des points ils sont affectés de l'indice R ou T ).

En ce qui concerne le coefficient de transmission de l'écran, les points expérimentaux dont les valeurs varient entre 0.85 et 0.58 occupent une position intermédiaire entre les courbes de WIEGEL et DEAN et varient également en raison inverse de la cambrure. La transmission diminue quand la longueur d'onde augmente.

Les valeurs concernant le coefficient de réflexion de l'écran comprises entre 0.28 et 0.61, se situant au dessous de la courbe de DEAN sont toutefois en bon accord, d'autant plus que la cambrure est faible. Le désaccord avec les prévisions de WIEGEL est considérable ; le coefficient de réflexion varie en raison inverse de la cambrure ; les valeurs les plus élevées correspondent aux grandes longueurs d'onde, constatation qui a déjà été faite précédemment.

Enfin on pourra noter qu'en dépit de l'obturation grandissante et importante du canal par l'écran (D = 50 cm), le phénomène de la transmission demeure important ; le pouvoir réfléchissant de l'écran est médiocre ; il demeure très inférieur à l'unité ($R \leq 0.61$).

A l'issue de cette analyse des diagrammes $R(2\pi h/\lambda)$ et $T(2\pi h/\lambda)$ nous pouvons tirer les conclusions partielles suivantes :

1°) L'écran réfléchit plus facilement les ondes en faible profondeur relative, mais il est un médiocre dissipateur d'énergie même quand son bord supérieur est près de la surface libre, car une bonne partie de l'agitation est encore transmise.

2°) Pour les valeurs les plus élevées de la hauteur relative de l'écran ($0.727 \leq D/H \leq 0.909$) on peut constater des perturbations importantes et spectaculaires à la surface libre, sous forme de deux scissures dues à des gros tourbillons à peu près symétriques ; ces deux scissures déterminent une portion de surface libre indépendante qui coiffe l'obstacle et oscille avec une phase variable par rapport à la période du batteur.

3°) Nos résultats expérimentaux concernant la réflexion sont en bien meilleur accord avec la théorie de DEAN qu'avec la théorie de WIEGEL ; en effet tous les points expérimentaux sont très au dessous de la courbe de WIEGEL.

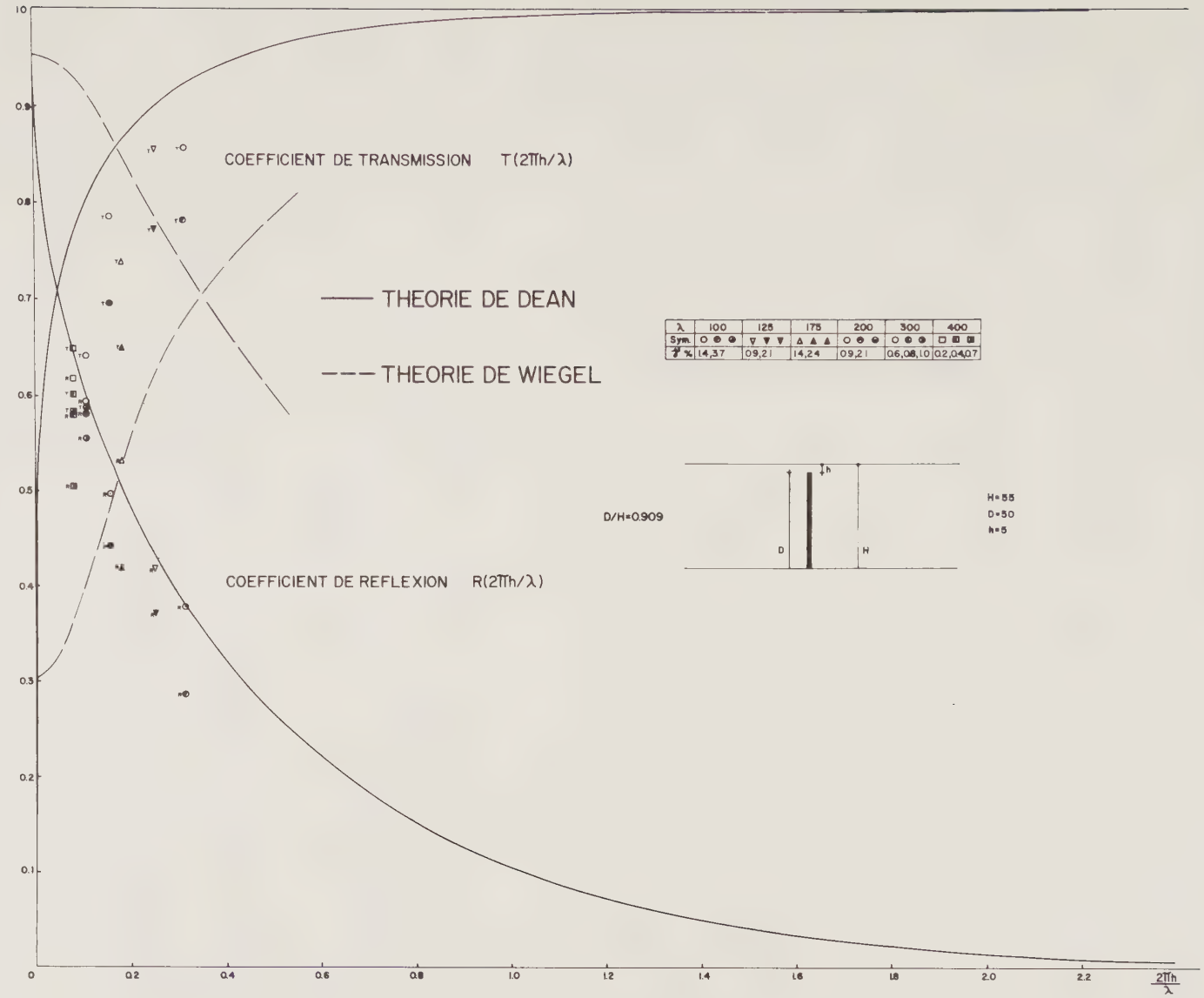

COEFFICIENT DE TRANSMISSION T(2πh/λ)
THEORIE DE DEAN
THEORIE DE WIEGEL
COEFFICIENT DE REFLEXION R(2πh/λ)
λ | 100 | 125 | 175 | 200 | 300 | 400
Sym. | ○ ● ◉ | ▽ ▼ ▼ | △ ▲ ▲ | ○ ◉ ◉ | ○ ◉ ◉ | □ ■ ■
δ % | 14,37 | 09,21 | 14,24 | 09,21 | 06,08,10 | 02,04,07
D/H=0.909
h
D
H
H=55
D=50
h=5
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6
1.8
2.0
2.2
2πh/λ

fig.22

4°) Concernant la transmission, nos points expérimentaux sont en bon accord avec les théories de WIEGEL et DEAN ; ils se placent dans une position intermédiaire ; la théorie de WIEGEL semble mieux convenir au cas de petites ondes, alors que celle de DEAN apparaît mieux adaptée aux cas des ondes plus longues.

5°) On peut dire que la théorie de DEAN donne une interprétation acceptable des phénomènes en profondeur relative $0.137 \leq H/\lambda \leq 0.55$.

Dans cette série d'essais en profondeur H = 55 cm pour les hauteurs d'écran D = 10 cm (H/h = 1.22), D = 20 cm (H/h = 1.57), D = 30 cm (H/h = 2.20), D = 40 cm (H/h = 3.66), D = 50 cm (H/h = 11), une tentative d'interprétation aurait pu être faite à partir des courbes $R(2\pi h/\lambda)$ de MEI et BLACK de la fig. 15 ; en effet une extrapolation aurait pu être possible à partir des courbes théoriques H/h = 2, 4, 6 car il semble que la disposition générale de nos points expérimentaux ne soit pas en contradiction avec les courbes de MEI et BLACK ; dans l'ensemble, ils semblent suivre l'allure des courbes H/h pour un certain nombre des valeurs de m ; nous ferons pourtant dans ce qui suit une tentative d'interprétation dans le cas des ondes longues en eau peu profonde (notamment pour les essais en profondeur relative $H/\lambda = 0.066$, $H/\lambda = 0.038$) où la théorie de DEAN ne donne aucune prévision. Dans ces conditions alors nous devrons au préalable tenir compte dans les calculs, de la réflexion de la plage terminale, particulièrement importante dans le cas des ondes longues.

Méthode Particulière Appliquée Aux Essais De Houles Longues En Faible Profondeur Relative.

Les houles longues s'amortissent très mal dans les installations de laboratoire. Il en résulte que l'onde réfléchie par la plage est alors importante et qu'en revenant vers le batteur, elle va perturber fortement les phénomènes d'une manière qui n'est plus conforme au schéma que nous avions indiqué. Il faut souligner aussi les complications particulières dues au fait que ce type de houle devrait être l'objet peut-être d'un traitement théorique qui diffère de plus en plus du précédent à mesure que la profondeur relative diminue.

La présence de la réflexion importante de la plage dans le cas des ondes longues impose des conditions et modifications supplémentaires pour la détermination du coefficient de réflexion de l'écran, car la valeur de R que l'on obtiendrait par le calcul classique, à partir des enregistrements au S.M. dans le compartiment amont, serait un coefficient de réflexion résultant des actions combinées de la plage et de l'écran.

Pour ces raisons, nous avons traité la série d'essais concernant la longueur d'onde $\lambda$ = 600 cm en profondeur relative $H/\lambda$ = 0.066 à l'aide de la méthode particulière exposée précédemment au 1) du 2ème chapitre (Relations entre le schéma théorique et le schéma expérimental.- Principe de calcul de R , $\varphi_r$ , T , $\varphi_T$), pour la détermination des coefficients de réflexion, de transmission et des déphasages de réflexion et de transmission de l'écran $\varphi_r$ et $\varphi_T$ . On s'est limité aux faibles cambrures afin d'éliminer le plus possible l'influence des harmoniques et les perturbations de la surface libre induites par l'écran. D'autre part, les tentatives expérimentales faites avec des houles de longueur d'onde $\lambda$ = 900 cm en profondeur relative $H/\lambda$ = 0.038 se sont révélées infructueuses à cause d'une instabilité permanente, qui interdisait toute mesure correcte en vue de l'application de la méthode particulière.

2.2. Méthode particulière appliquée en profondeur relative $H/\lambda$ = 0.066.

Les mesures au S.M. en 3 points dans le compartiment amont et dans le compartiment aval et les calculs par la méthode des moindres carrés, fournissent les éléments nécessaires pour la détermination des amplitudes ($A_{oo}$, $A_{1o}$, $A_{o1}$, $A_{11}$) et les phases ( $\varphi_{1o}$ , $\varphi_{o1}$ , $\varphi_{11}$ ) des ondes incidentes, transmises et réfléchies, ce qui permet la détermination des coefficients de réflexion $R = \frac{A_{1o}}{A_{oo}}$ et de transmission $T = \frac{A_{o1}}{A_{oo}}$ définis comme auparavant.

L'application de la méthode particulière permet d'éliminer l'influence de l'onde en provenance de la plage et donne finalement les valeurs des coefficients de réflexion $R_{TH}$ et de transmission $T_{TH}$ de l'écran ainsi que les phases de réflexion $\varphi_r$ et de transmission $\varphi_T$ à partir des expressions $R_{TH} = X_1^2 + X_2^2$ ; $T_{TH} = Y_1^2 + Y_2^2$ ; $\varphi_r = \arccos \frac{X_1}{R_{TH}}$ ; $\varphi_T = \arccos \frac{Y_1}{T_{TH}}$ ; on doit alors vérifier les relations

$$R_{TH}^2 + T_{TH}^2 = 1 \qquad \varphi_r + \varphi_T = \frac{\pi}{2} + K\pi$$
$$\cos(\varphi_r + \varphi_T) = 0$$

La validité de cette méthode a été testée sur le cas D = 0 (sans écran) car on sait logiquement que, dans ces conditions, on doit trouver un coefficient de réflexion d'écran $R_{TH}$ égal à 0 et un coefficient de transmission d'écran $T_{TH}$ égal à 1.

Le tableau XXIII donne la valeur des phases $\varphi_{1o}$ , $\varphi_{o1}$ , $\varphi_{11}$ et des coefficients de réflexion R et de transmission T obtenue à partir du dépouillement des enregistrements au S.M. en 3 points et la méthode des moindres carrés pour les 3 cambrures $\gamma\%$ = 0.23, 0.31, 0.39. Les valeurs du coefficient de réflexion de

la plage sont élevées (0.43, 0.37, 0.35), ce qui montre bien que la plage dans ces conditions amortit médiocrement l'onde incidente en provenance du batteur ; la valeur du coefficient de transmission aux incertitudes de mesure près est très voisine de 1 (1.00, 0.94, 0.98).

L'application de la méthode particulière confirme aussi aux incertitudes de mesure près, que le coefficient de réflexion de l'écran $R_{TH}$ est pratiquement nul (0.01, 0.03, 0.009) et que le coefficient de transmission $T_{TH}$ est pratiquement l'unité (0.99, 0.94, 0.98), ceci pour toute la gamme de cambrures. On note que la valeur des coefficients $T$ et $T_{TH}$ reste du même ordre.

Pour des écrans de hauteur D = 10, 20, 30 cm, le tableau XXIV donne pour chaque hauteur $D$ les valeurs des cambrures employées (comprises entre 0.21 % et 0.57 %), les phases des ondes ( $\varphi_{10}$ , $\varphi_{01}$ , $\varphi_{11}$ ), le coefficient de réflexion $R$ (résultant de la réflexion combinée de la plage et de l'écran), le coefficient de transmission $T$ , le coefficient de réflexion de la plage $R_p = \frac{A_{11}}{A_{00}}$ , sont obtenus à partir des enregistrements au S.M. et la méthode des moindres carrés ; les valeurs des coefficients de réflexion $R_{TH}$ et de transmission $T_{TH}$ en provenance de l'écran, et les phases de réflexion $\varphi_r$ et de transmission $\varphi_t$ sont obtenus à l'aide de la méthode particulière.

Des mesures au S.M. pour une hauteur d'écran $D$ = 10 cm, et cambrures $\gamma\,\%$ = 0.23, 0.31, 0.39 ont permis d'établir que le coefficient de réflexion $R$ prend les valeurs 0.42, 0.39, 0.35 tandis que le coefficient de transmission $T$ très voisin de l'unité prend les valeurs 0.98, 0.95, 0.97. Le coefficient de réflexion $R_p$ caractérisant la plage varie suivant les valeurs 0.40, 0.36, 0.33, faisant apparaître ainsi l'influence de la plage sur les valeurs de $R$ .

L'application de la méthode particulière donne les valeurs suivantes du coefficient de réflexion $R_{TH}$ : 0.03, 0.04, 0.03 ; les valeurs du coefficient de transmission $T_{TH}$ proches elles aussi de l'unité sont alors : 0.99, 0.95, 0.98. Il semble donc que dans ce cas l'influence de l'écran sur la propagation des ondes soit faible.

Pour une hauteur d'écran D = 20 cm (mesures au S.M. avec les cambrures $\gamma\,\%$ = 0.21, 0.28, 0.36, 0.58) les valeurs du coefficient de réflexion $R$ sont respectivement : 0.48, 0.46, 0.41, 0.37 tandis que les valeurs du coefficient de transmission sont parallèlement : 0.94, 0.90, 0.90, 0.87. Le coefficient de réflexion de la plage prenant les valeurs 0.39, 0.37, 0.32, 0.28, il semble bien que l'effet de plage interviennent de façon sensible dans la valeur de $R$ .

On déduit par les calculs de la méthode particulière que le coefficient de réflexion $R_{TH}$ de l'écran dans les mêmes cas, a pris les valeurs 0.09, 0.13, 0.12, 0.15 tandis que le coefficient de transmission $T_{TH}$ prend les valeurs 0.97, 0.90, 0.90, 0.85. On voit ainsi que l'action de l'écran sur les phénomènes de réflexion et de transmission est manifeste ; on constate également une augmentation régulière de $R_{TH}$ et une diminution de $T_{TH}$ par rapport au cas précédent (D = 10 cm).

Enfin pour une hauteur d'écran D = 30 cm (mesures au S.M. pour des cambrures $\gamma\%$ = 0.21, 0.28, 0.35, 0.57) les valeurs respectives du coefficient de réflexion R sont : 0.54, 0.53, 0.52, 0.43 et celles du coefficient de transmission T correspondantes : 0.81, 0.78, 0.79, 0.76. Le coefficient de réflexion de la plage $R_p$ prenant les valeurs 0.34, 0.32, 0.31, 0.25 légèrement inférieures au cas précédent (D = 10 cm, D = 20 cm) il semble que la part propre de la réflexion due à l'écran dans R devienne de plus en plus grande quand le bord supérieur de l'écran sera proche de la surface libre.

A l'aide de la méthode particulière, on obtient un coefficient de réflexion $R_{TH}$ de l'écran : 0.29, 0.30, 0.30, 0.48 et un coefficient de transmission $T_{TH}$ de l'écran : 0.72, 0.75, 0.76, 0.86. On voit que l'influence de l'écran sur les phénomènes de réflexion et de transmission est alors très importante.

Sur l'ensemble des résultats pour les 3 hauteurs d'écran D , on constate que la valeur du coefficient de réflexion R diminue régulièrement quand la cambrure augmente ; par contre le coefficient de réflexion de l'écran $R_{TH}$ est moins sensible aux variations de la cambrure. Les valeurs des coefficients T et $T_{TH}$ sont restées pratiquement du même ordre.

La relation théorique qui lie les déphasages de réflexion $\varphi_r$ et de transmission $\varphi_\tau$ : $\varphi_r + \varphi_\tau = \pi/2 + k\pi$ , a pu être vérifiée seulement quand on a $R^2_{TH} + T^2_{TH} \# 1$ (D = 10 cm pour $\gamma$ = 0.23 %, $\gamma$ = 0.39 % ; D = 10 cm pour $\gamma$ = 0.21 %).

Il est évident qu'à mesure que les pertes d'énergie produites dans les processus de réflexion et de transmission reviennent de plus en plus importantes, il sera de moins en moins possible de vérifier la relation qui lie les phases $\varphi_r$ et $\varphi_\tau$ comme on pourra voir dans le tableau XXIV, pour des hauteurs d'écran D = 20 cm et D = 30 cm.

En ce qui concerne les phases des ondes, leur mesure est d'une manière générale très délicate, quelle que soit la méthode employée, même pour les régimes instables à faible cambrure. Dans le cas où des obstacles perturbent même indirectement

TABLEAU COMPARATIF DES COEFFICIENTS DE REFLEXION ET TRANSMISSION

(Sans Ecran D=0)

| ANALYSE HARMONIQUE. METHODE DES MOINDRES CARRES | | | | | | | METHODE PARTIC. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| D | $\gamma^2$ (%) | $\varphi_{10}$ | $\varphi_{01}$ | $\varphi_{11}$ | R | T | $R_T$ | $T_T$ |
| 0 | 0.23 | -18°13 | -1°24 | -16°30 | 0439 | 1004 | 0.019 | 0.998 |
| | 0.31 | -128°35 | -0°93 | -124°42 | 0.375 | 0.940 | 0.031 | 0.940 |
| | 0.39 | 19°88 | 0°35 | 19°35 | 0.355 | 0.988 | 0.009 | 0.986 |

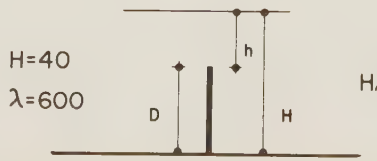
TAB. XXIII

# TABLEAU COMPARATIF DES PHASES, DES COEFFICIENTS DE REFLEXION ET TRANSMISSION

(Avec Ecran D=10, D=20, D=30)

| ANALYS HARMONIQUE. METHODE DES MOINDRES CARRES | | | | | | | | METHODE PARTICULIERE | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| D | $\gamma^2$ (%) | $\varphi_{10}$ | $\varphi_{01}$ | $\varphi_{11}$ | R | T | $R_p$ | $\varphi_R$ | $\varphi_T$ | $\varphi_R+\varphi_T$ | $R_T$ | $T_T$ | $R_T^2+T_T^2$ |
| 10 | 0.23 | -114°68 | 0°45 | -115°86 | 0.426 | 0.980 | 0.400 | 260° | 0° | 260° | 0.031 | 0.990 | 0.982 |
| | 0.31 | -139°28 | 2°06 | -141°30 | 0.395 | 0.958 | 0.369 | 228° | 1° | 228° | 0042 | 0.956 | 0.916 |
| | 0.39 | -117°96 | 0°27 | -120°76 | 0.357 | 0.972 | 0.332 | 270° | 0° | 270° | 0035 | 0.982 | 0.967 |
| 20 | 0.21 | -81°66 | 5°74 | -88°25 | 0.480 | 0941 | 0.395 | 280° | 6° | 286° | 0093 | 0.977 | 0965 |
| | 0.28 | 174°21 | 5°44 | 137°26 | 0468 | 0.903 | 0.373 | 144° | 9° | 153° | 0.132 | 0.900 | 0.827 |
| | 0.36 | 140°73 | 5°53 | 130°70 | 0417 | 0.907 | 0.321 | 145° | 8° | 153° | 0.125 | 0908 | 0.840 |
| | 0.58 | 26°91 | 3°24 | 11°44 | 0376 | 0872 | 0.286 | 51° | 1° | 52° | 0153 | 0850 | 0.746 |
| 30 | 0.21 | -1°95 | 12°63 | -20°27 | 0545 | 0.811 | 0342 | 354° | 17° | 11° | 0.295 | 0729 | 0618 |
| | 0.28 | -138°38 | 11°43 | -152°98 | 0538 | 0788 | 0321 | 230° | 4° | 234° | 0302 | 0753 | 0658 |
| | 0.35 | -139°26 | 8°84 | -155°20 | 0527 | 0790 | 0316 | 234° | 4° | 238° | 0300 | 0760 | 0668 |
| | 0.57 | -23°79 | 3°23 | -30°62 | 0438 | 0.967 | 0.254 | 360° | 13° | 13° | 0485 | 0862 | 0.980 |

TAB. XXIV




H=40

λ=600

H/λ=0.066

la surface libre comme dans le cas de l'écran immergé, le contrôle des phases devient pratiquement impossible à mesure que le bord supérieur de l'écran se rapproche de la surface libre ; il se produit en effet comme nous l'avons déjà signalé des "ruptures" de la surface libre de part et d'autre de l'écran et dans son voisinage immédiat ; il semble y avoir alors deux mouvements indépendants, l'un dans le compartiment amont, l'autre dans le compartiment aval avec la présence de forts tourbillons au voisinage de l'écran ; la surface libre tout au long du canal est fortement perturbée. Les enregistrements au S.M. ne permettent plus la détermination des phases des ondes incidentes et réfléchies et en conséquence l'application de la Méthode particulière, basée en grande partie sur la mesure correcte des phases, ne pourra plus être appliquée ; c'est ce qui se produit par exemple dans le cas D = 30 cm, $\gamma$ = 0.57 %, essai dans lequel le mouvement en surface étant très perturbé, les valeurs de $R_{TH}$ et $T_{TH}$ obtenues paraissent anormales et sont sujettes à caution.

Il y aurait à ce sujet une étude des trajectoires par visualisation, minutieuse et longue, à faire par photographie et cinématographie ; cela pourrait se faire dans le cadre d'une autre recherche.

2.3. Diagrammes $R(2\pi h/\lambda)$ [MEI et BLACK, DEAN] pour $H/\lambda$ = 0.066.

Finalement, nous avons confronté les résultats consignés dans le tableau précédent aux courbes théoriques donnant la variation du coefficient de réflexion $R(2\pi h/\lambda)$ d'après la théorie de MEI et BLACK. Pour les 3 hauteurs d'écran D = 30, D = 20, D = 10, en profondeur d'eau H = 40 cm, on a H/h = 4 (D/H = 0.75), H/h = 2 (D/H = 0.50), H/h = 1.33 (D/H = 0.25).

Pour chacune des valeurs de ces paramètres, la fig. 23 montre les courbes correspondantes ; nous avons esquissé approximativement en tirets la courbe correspondant à H/h = 1.33.

Pour une hauteur d'écran D = 30 cm, les valeurs du coefficient de réflexion de l'écran $R_{TH}$ sont à rapprocher de la courbe H/h = 4 ; par contre les valeurs du coefficient de réflexion R (réflexion combinée de l'écran et de la plage) semblent mieux correspondre à la courbe de DEAN (H/h = $\infty$ ).

Pour une hauteur d'écran D = 20 cm, les valeurs du coefficient de réflexion $R_{TH}$ se rapprochent elles aussi de la courbe H/h = 2 ; on constate que les valeurs de R correspondent d'autant mieux à la courbe de DEAN (H/h = $\infty$ ) que la cambrure est plus faible.

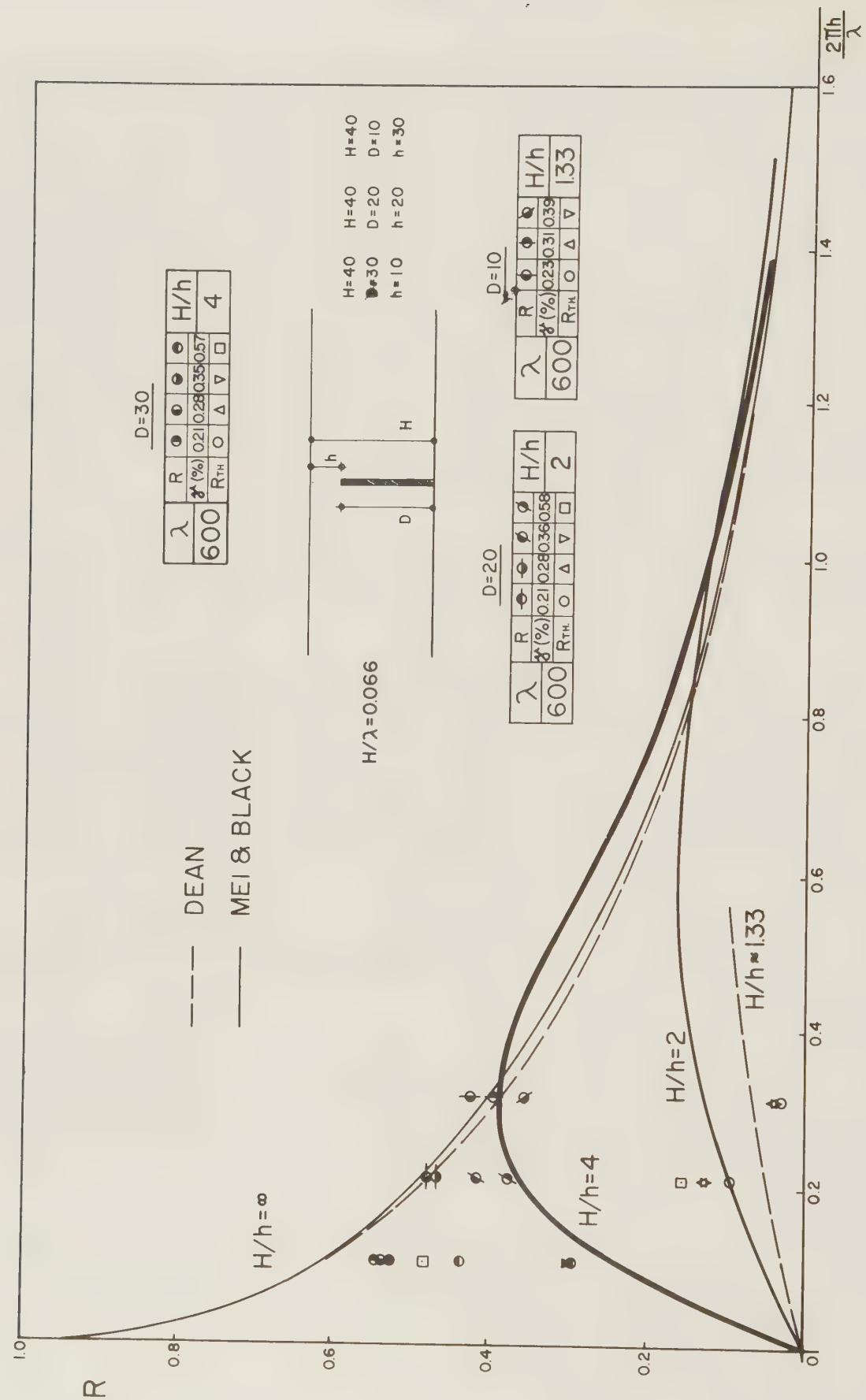

R
2πh/λ
H/h=∞
H/h=4
H/h=2
H/h=1.33
DEAN
MEI & BLACK
H/λ=0.066
D=30
D=20
D=10
H=40 H=40 H=40
D=30 D=20 D=10
h=10 h=20 h=30
λ 600
R
δ* (%) 0.21 0.28 0.35 0.57
R TH
H/h 4
δ* (%) 0.21 0.28 0.36 0.58
H/h 2
δ* (%) 0.23 0.31 0.39
H/h 1.33

fig.23

Enfin, pour une hauteur d'écran D = 10 cm, les valeurs du coefficient de réflexion $R_{TH}$ se rapprochent de la courbe théorique H/h = 1.33 (avec des valeurs légèrement inférieures) ; les valeurs de R évoluent assez bien au droit de la courbe de DEAN ($H/h = \infty$).

Cette confrontation fait ressortir que les résultats obtenus à l'aide de la méthode particulière pour $R_{TH}$ sont en excellent accord avec les courbes déduites de la théorie de MEI-BLACK ; nos valeurs numériques en effet se rangent bien suivant les différentes valeurs du paramètre H/h. Par contre la réflexion combinée de l'écran et de la plage, représentée par R s'apparente mieux à la courbe de DEAN, surtout aux valeurs les plus faibles de la cambrure.

Il semble ainsi que la THEORIE de MEI-BLACK représente mieux la variation du coefficient de réflexion pour les ondes longues en faible profondeur relative.

2.4. Diagrammes $R(2\pi h/\lambda)$ [DEAN, MEI et BLACK] pour $H/\lambda = 0.038$.

Malgré les tentatives infructueuses en vue de l'application de la méthode particulière aux essais en profondeur H = 35 cm pour la longueur d'onde $\lambda$ = 900 cm ($H/\lambda = 0.038$), nous donnons à titre comparatif dans la fig. 24 la variation du coefficient de réflexion pour les 3 hauteurs d'écran D = 30 cm, D = 20 cm, D = 10 cm correspondant aux configurations (H/h = 7, H/h = 2.33, H/h = 1.4). Comme pour la longueur d'onde $\lambda$ = 600 cm, on a tracé les courbes donnant la variation du coefficient de réflexion pour les relations H/h = 6, H/h = 2, H/h = 1.4, d'après la théorie de MEI et BLACK.

L'allure générale des points expérimentaux semble confirmer que la théorie de MEI et BLACK représente plus correctement la variation du coefficient de réflexion que celle de DEAN ($H/h = \infty$) ; des recherches délicates et nombreuses dans le domaine des faibles profondeurs relatives devraient montrer sans aucun doute la nécessité de l'application d'autres méthodes pour résoudre ce problème.

La méthode particulière aurait pu être utilisée également pour les essais en profondeur H = 55 cm, mais du fait des performances favorables de la plage amortisseuse, l'onde réfléchie par la plage dans la plupart des cas a été considérée comme négligeable ; en conséquence les valeurs des coefficients de réflexion et de transmission, obtenues à partir de l'analyse harmonique et de la méthode des moindres carrés, donnent vraisemblablement les valeurs de R et de T qui correspondant essentiellement à l'effet de l'écran à très peu de chose près comme le montre le tableau XXV ; dans ce tableau, en effet, sont consignés pour les 6 longueurs d'onde utilisées, les

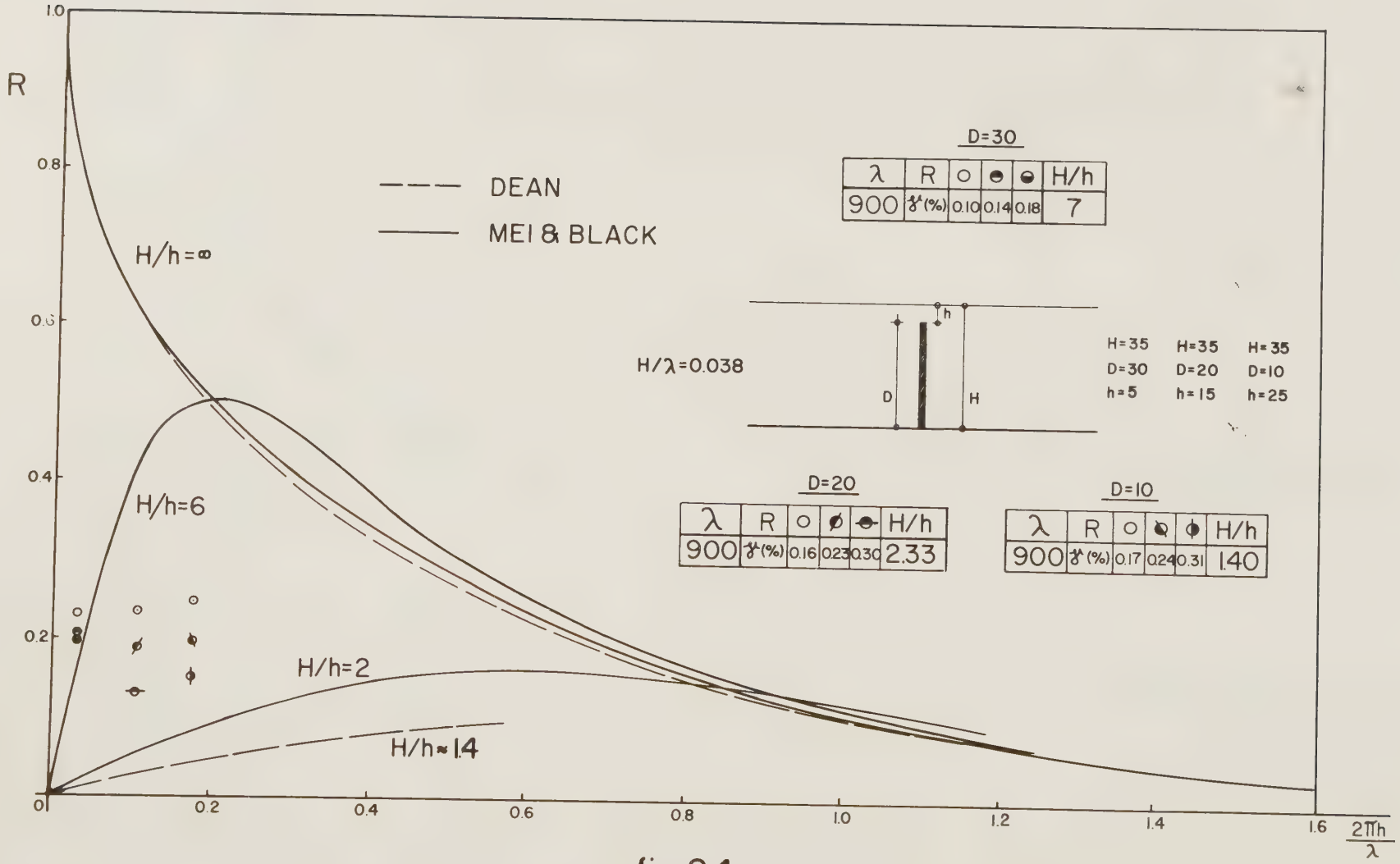

R
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6
2πh/λ
DEAN
MEI & BLACK
H/h=∞
H/h=6
H/h=2
H/h≈14
H/λ=0.038
h
D
H
H=35 D=30 h=5
H=35 D=20 h=15
H=35 D=10 h=25
D=30
λ | R | ○ | ◒ | ◒ | H/h
900 | γ(%) | 0.10 | 0.14 | 0.18 | 7
D=20
λ | R | ○ | ◒ | ◒ | H/h
900 | γ(%) | 0.16 | 0.23 | 0.30 | 2.33
D=10
λ | R | ○ | ◒ | ◒ | H/h
900 | γ(%) | 0.17 | 0.24 | 0.31 | 1.40

fig. 24

coefficients de réflexion et de transmission

1°) en absence de l'écran (D = 0)

2°) pour 2 hauteurs d'écran extrêmes (D = 10 cm, D = 50 cm).

Les résultats de ce tableau sont caractérisés par le fait que pour une longueur d'onde donnée, les essais correspondent à une cambrure du même ordre, afin de montrer les variations des coefficients R et T .

L'analyse des résultats fait ressortir qu'en l'absence de l'écran (D = 0) le coefficient de réflexion de la plage est assez faible (pour des ondes courtes et moyennes, il est inférieur à 5 %), montrant ainsi les performances de la plage amortisseuse. En présence de l'écran, pour une hauteur D = 10 cm, les coefficients de réflexion sont déjà supérieurs à ceux obtenus en l'absence de l'écran ; ceci indique que l'écran commence à perturber la propagation des ondes. Enfin, pour une hauteur D = 50 cm, le coefficient de réflexion augmente considérablement ; ce qui montre le rôle alors important de l'écran.

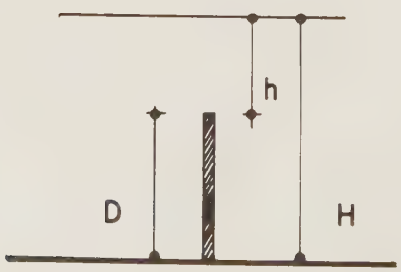
# TABLEAU COMPARATIF DES COEFFICIENTS DE REFLEXION ET TRANSMISSION

Sans Ecran ( D=0 )

Avec Ecran ( D=10, D=50 )

| λ | ϑ(%) | R | T | D |
|---|---|---|---|---|
| 100 | 1.5 | 0.04 | 1.00 | 0 |
| | 1.5 | 0.06 | 0.94 | 10 |
| | 1.4 | 0.37 | 0.85 | 50 |
| 125 | 2.2 | 0.02 | 1.00 | 0 |
| | 2.4 | 0.01 | 0.94 | 10 |
| | 2.1 | 0.37 | 0.76 | 50 |
| 175 | 2.2 | 0.02 | 1.00 | 0 |
| | 2.2 | 0.02 | 0.97 | 10 |
| | 2.4 | 0.42 | 0.64 | 50 |
| 200 | 2.2 | 0.05 | 1.00 | 0 |
| | 1.9 | 0.04 | 0.95 | 10 |
| | 2.1 | 0.44 | 0.69 | 50 |
| 300 | 1.1 | 0.06 | 1.00 | 0 |
| | 1.1 | 0.06 | 0.99 | 10 |
| | 1.0 | 0.55 | 0.58 | 50 |
| 400 | 0.8 | 0.11 | 1.00 | 0 |
| | 0.8 | 0.11 | 0.97 | 10 |
| | 0.7 | 0.50 | 0.58 | 50 |

TAB. XXV




H=55

Finalement, nous portons les résultats expérimentaux au droit des courbes R(D/H) et T(D/H) d'après DEAN et WIEGEL (figs. 16 et 17) pour les 4 valeurs de la profondeur relative : $H/\lambda = 0.55$, $H/\lambda = 0.275$, $H/\lambda = 0.183$, $H/\lambda = 0.137$.

Pour ces essais réalisés avec une hauteur d'eau H = 55 cm, nous avons employé les longueurs d'onde $\lambda$= 100 cm, $\lambda$= 200 cm, $\lambda$= 300 cm, $\lambda$= 400 cm dans la gamme suivante: $0.181 \leq D/H \leq 0.909$ de variation de la hauteur relative de l'écran. Les cambrures employées étaient comprises entre 0.2 % et 5.0 %.

2.5. Diagrammes R(D/H) [DEAN, WIEGEL].

La fig. 25 montre pour chacune des profondeurs relatives ($H/\lambda = 0.55, 0.275, 0.183, 0.137$) la variation du coefficient de réflexion R(D/H).

Il résulte de l'examen de ces diagrammes que nos points de mesure s'alignent au droit de la courbe de DEAN, dans toute la gamme des profondeurs relatives et ceci d'autant plus que la cambrure est faible.

En confrontant ces diagrammes, on peut voir que pour une même valeur de la hauteur relative de l'écran D/H, le coefficient de réflexion est plus élevé quand la profondeur relative diminue.

Dans toute la gamme de profondeur relative, on constate une augmentation régulière de R quand D/H augmente.

2.6. Diagrammes T(D/H) [DEAN, WIEGEL].

La fig. 26 montre pour les mêmes profondeurs relatives ($H/\lambda = 0.55, 0.275, 0.183, 0.137$) la variation du coefficient de transmission T(D/H).

L'examen comparatif de ces diagrammes fait ressortir que les points expérimentaux se situent bien entre les courbes de DEAN et WIEGEL.

Pour une même valeur de la hauteur relative de l'écran, le coefficient de transmission diminue avec la profondeur relative.

Dans toute la gamme de profondeur relative, pour des valeurs $D/H \leq 0.545$, le coefficient de transmission est supérieur à 0.9. Le coefficient de transmission demeure important même quand le bord supérieur de l'écran est près de la surface libre. Il est de l'ordre de 0.6 pour D/H = 0.909 en profondeur relative $H/\lambda = 0.137$, ce

qui montre que l'écran est un médiocre amortisseur.

Dans toute la gamme de profondeur relative $H/\lambda$ on constate une diminution régulière du coefficient de transmission de l'écran quand $D/H$ augmente.

## III. SYNTHESE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX.

Nous nous proposons à travers un regroupement de l'ensemble des résultats expérimentaux, de mettre en relief principalement le rôle de la cambrure $\gamma$, en second lieu, celui de la hauteur relative de l'écran $D/H$ et enfin celui de la profondeur relative $H/\lambda$ .

C'est l'objet des quatre séries de diagrammes suivants.

3.1. Diagrammes $R(\gamma)$ paramétrés en $D/H$.
3.2. Diagrammes $R(D/H)$ paramétrés en $H/\lambda$.
3.3. Diagrammes $R(D/H)$ paramétrés en $\gamma$ .
3.4. Diagrammes $T(\gamma)$ paramétrés en $D/H$ .

### 3.1. Diagrammes $R(\gamma)$ paramétrés en $D/H$ .

On a présenté dans chacun des diagrammes des figs. 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34 les réseaux de courbes paramétrés en $D/H$, montrant la variation du coefficient de réflexion $R(\gamma)$ dans une profondeur relative $H/\lambda$ donnée.

Les figs. 27 à 32 concernent les profondeurs relatives $H/\lambda$ = 0.55, 0.44, 0.31, 0.27, 0.18, 0.13 en profondeur $H$ = 55 cm, la fig. 33 la profondeur relative $H/\lambda$ = 0.066 en profondeur $H$ = 40 cm, la fig. 34 la profondeur relative $H/\lambda$ = 0.038 en profondeur $H$ = 35 cm.

L'examen comparatif de ces différents diagrammes permet de faire quelques remarques sur l'évolution du coefficient de réflexion de l'écran.

En profondeur $H$ = 55 cm, les courbes $R(\gamma)$ se disposent régulièrement en raison directe de la hauteur relative de l'écran $D/H$.

Dans l'intervalle des profondeurs relatives ($0.137 \leq H/\lambda \leq 0.55$) le coefficient de réflexion de l'écran varie comme l'inverse de la cambrure $\gamma$ et dans le même sens que la hauteur relative $D/H$ .

Dans tout l'intervalle de hauteur relative de l'écran ($0.181 \leq D/H \leq 0.909$)

COEFFICIENT DE REFLEXION R(D/H)
RESULTATS COMPARES ( THEORIES WIEGEL, DEAN )

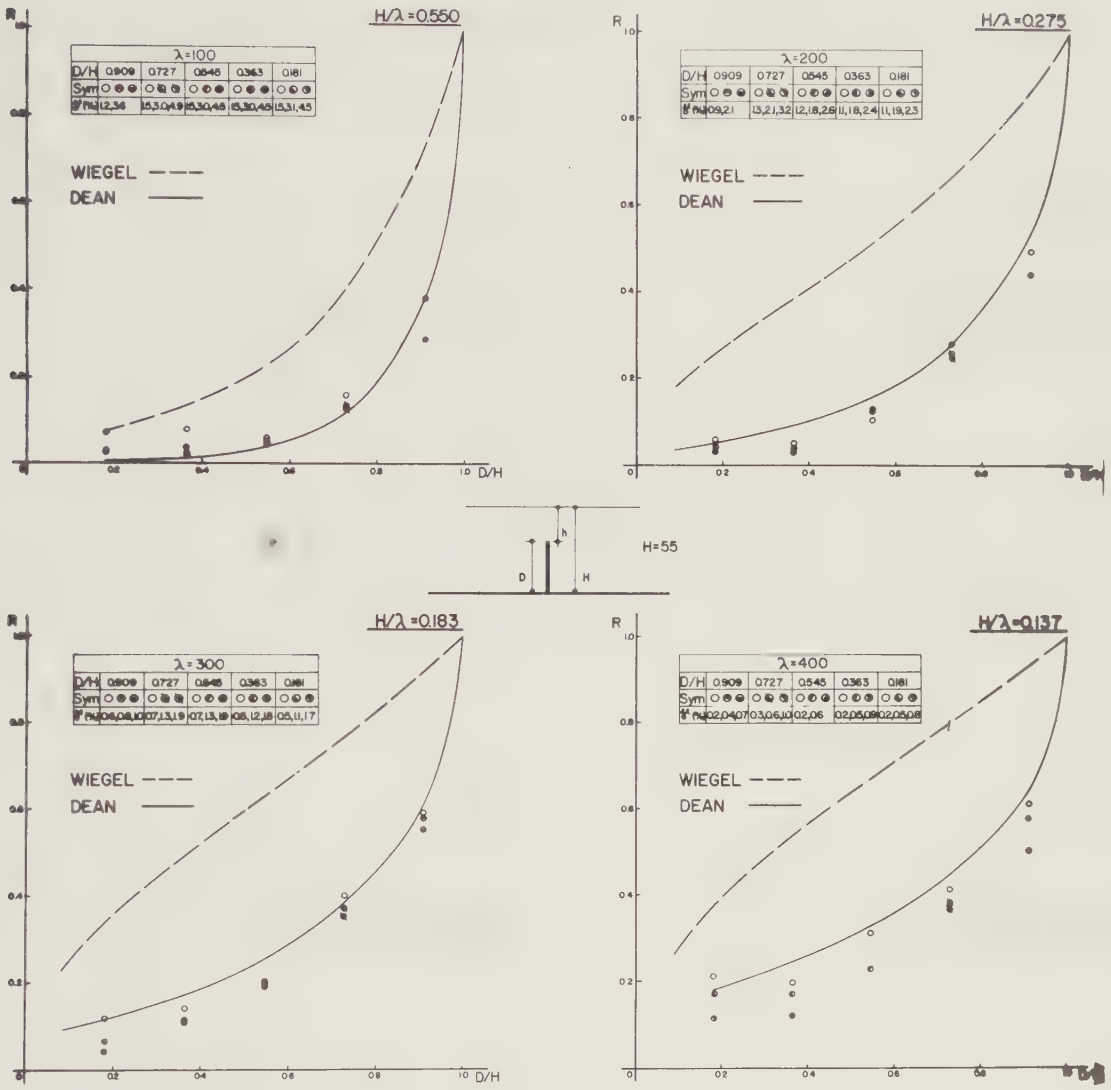



fig.25

COEFFICIENT DE TRANSMISSION T(D/H)
RESULTATS COMPARES ( THEORIES WIEGEL, DEAN )

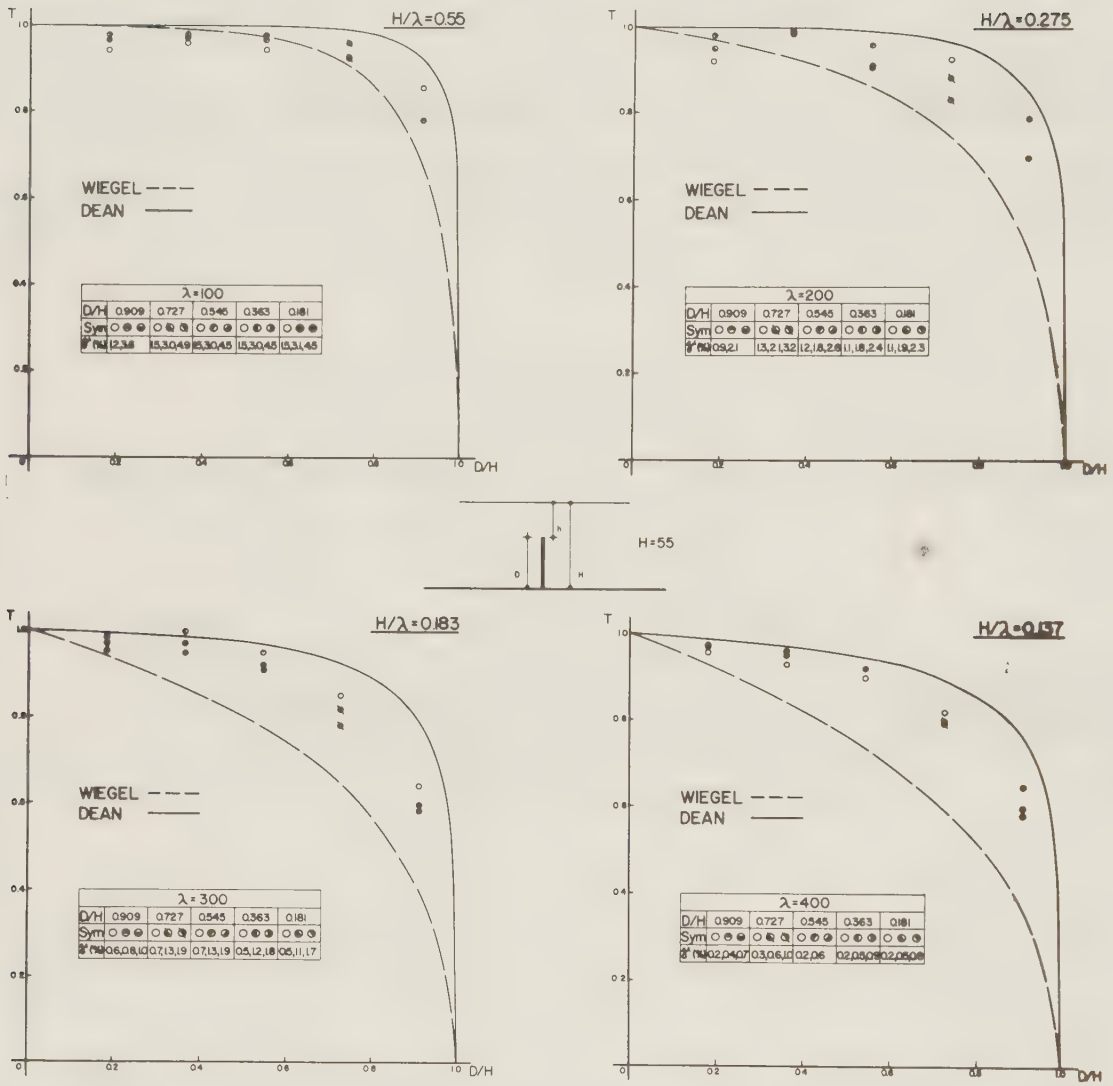



fig. 26

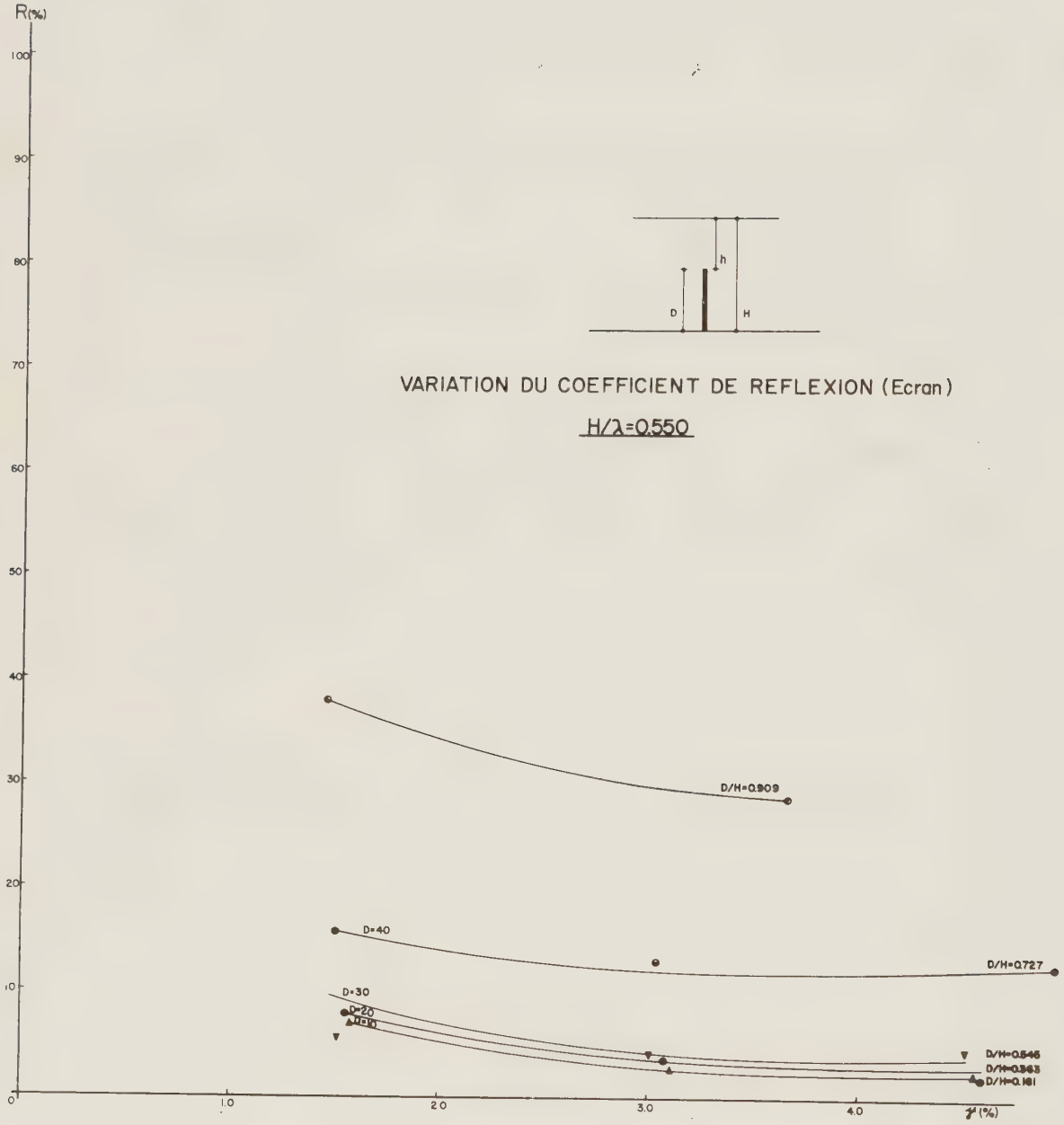
le coefficient de réflexion de l'écran varie comme l'inverse de la profondeur relative $H/\lambda$ .

L'influence de l'écran sur la variation du coefficient de réflexion devient plus manifeste pour $D/H \geq 0.545$ dans tout l'intervalle de profondeur relative ; mais ce coefficient de réflexion reste inférieur à 0.60 même quand le sommet de l'écran est près de la surface libre ($D/H = 0.909$).

En profondeur H = 40 cm et profondeur relative $H/\lambda = 0.066$, les courbes $R(\gamma)$ s'étagent régulièrement en raison directe de la hauteur relative de l'écran $D/H$ .

Le coefficient de réflexion varie comme l'inverse de la cambrure et dans le même sens que la hauteur relative $D/H$.

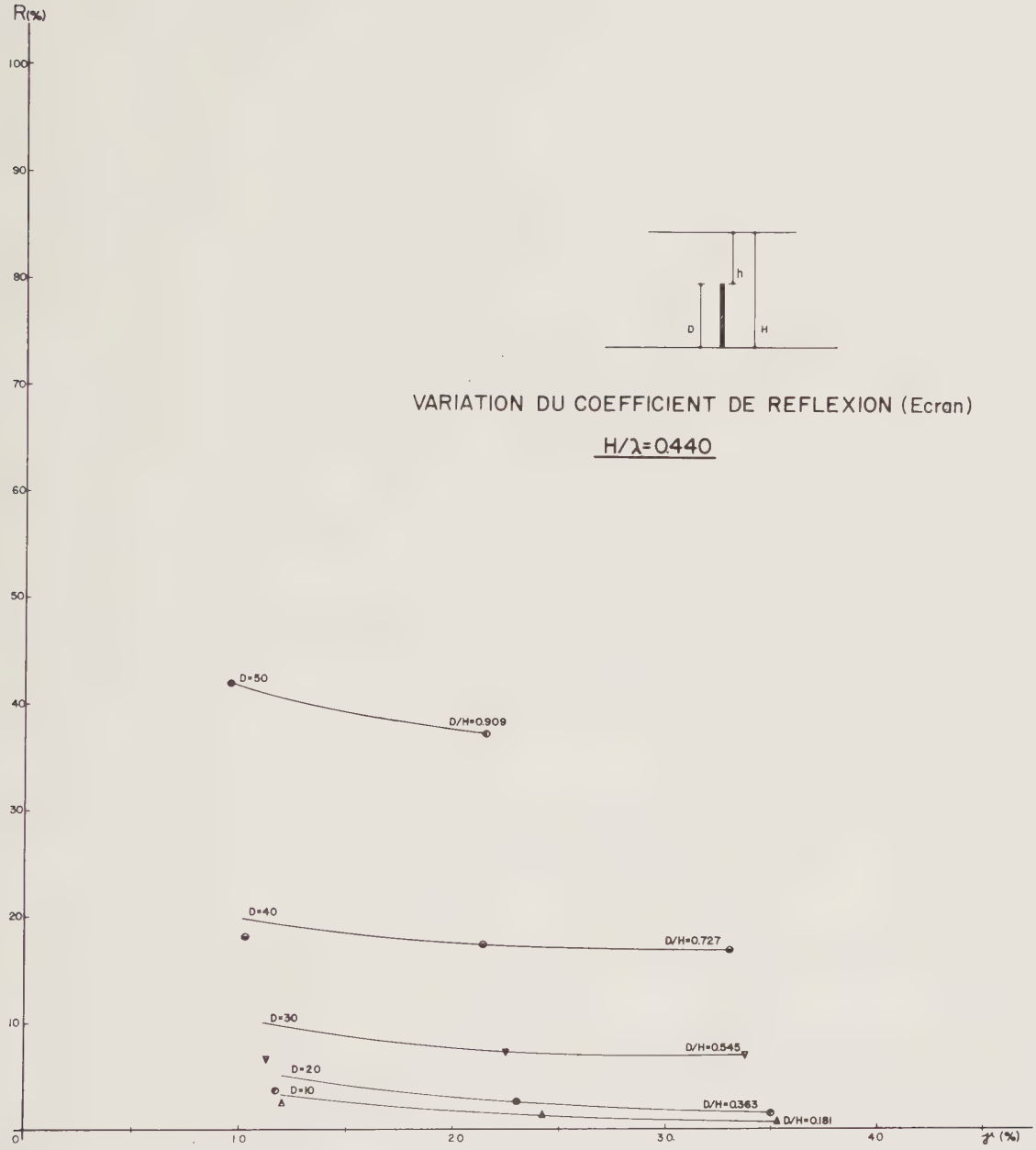
En profondeur H = 35 cm et profondeur relative $H/\lambda = 0.038$ les courbes $R(\gamma)$ s'étagent par contre en raison inverse de la hauteur relative de l'écran ; par contre le coefficient de réflexion continue à varier en raison inverse de la cambrure.




VARIATION DU COEFFICIENT DE REFLEXION (Ecran)

H/λ=0,550

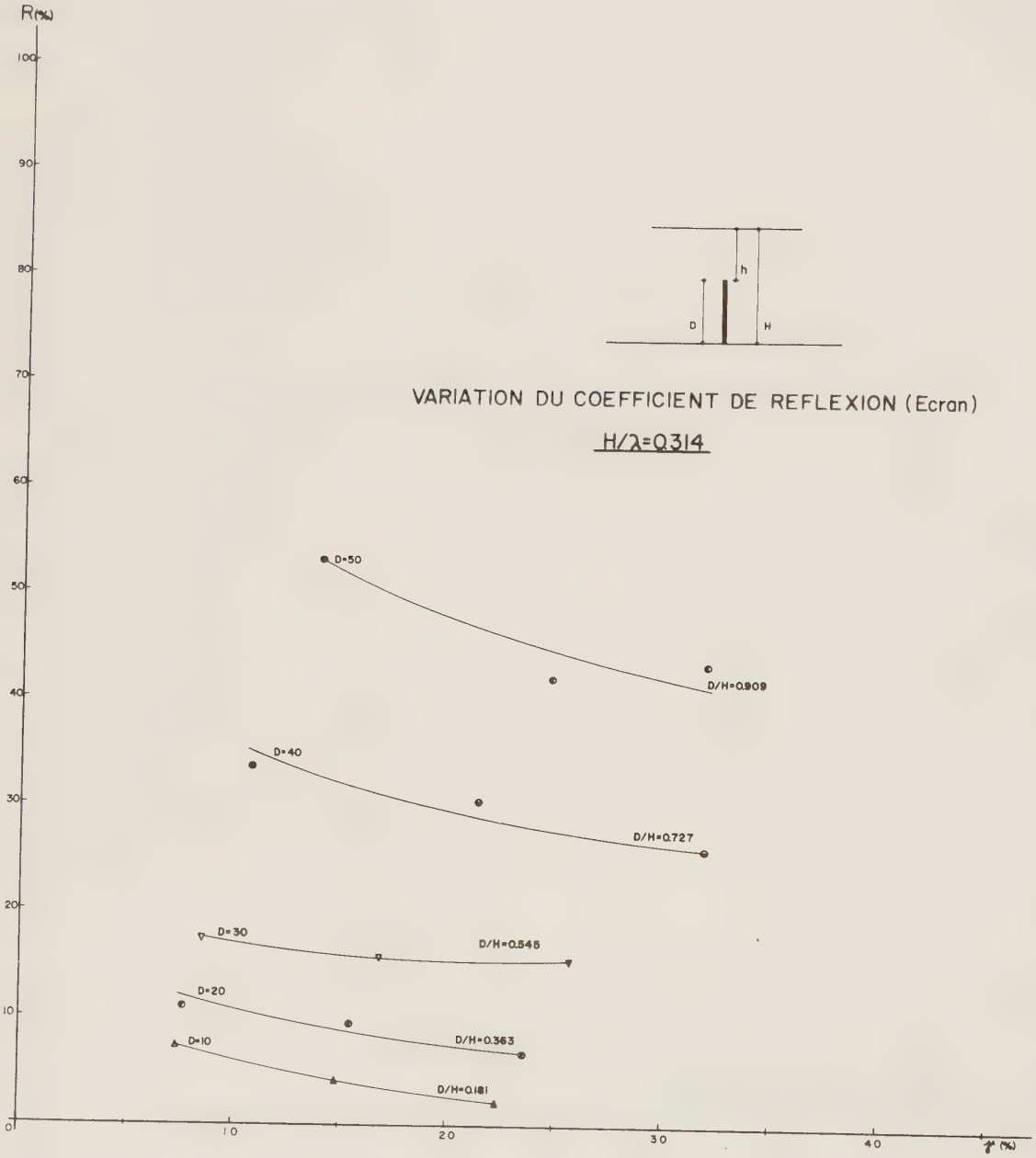
fig.27




VARIATION DU COEFFICIENT DE REFLEXION (Ecran)

H/λ=0.440

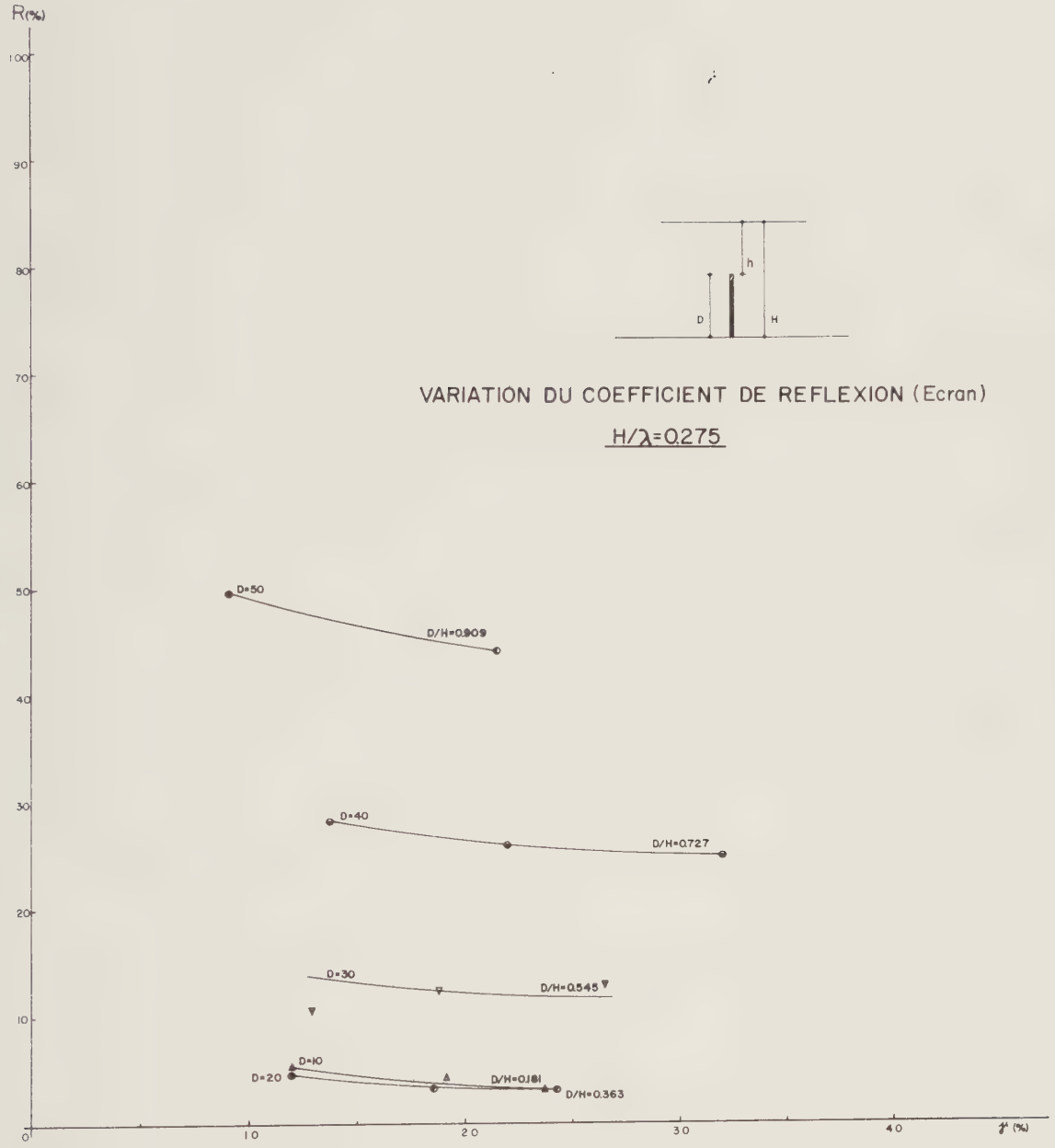
fig. 28




VARIATION DU COEFFICIENT DE REFLEXION (Ecran)

H/λ=0.314

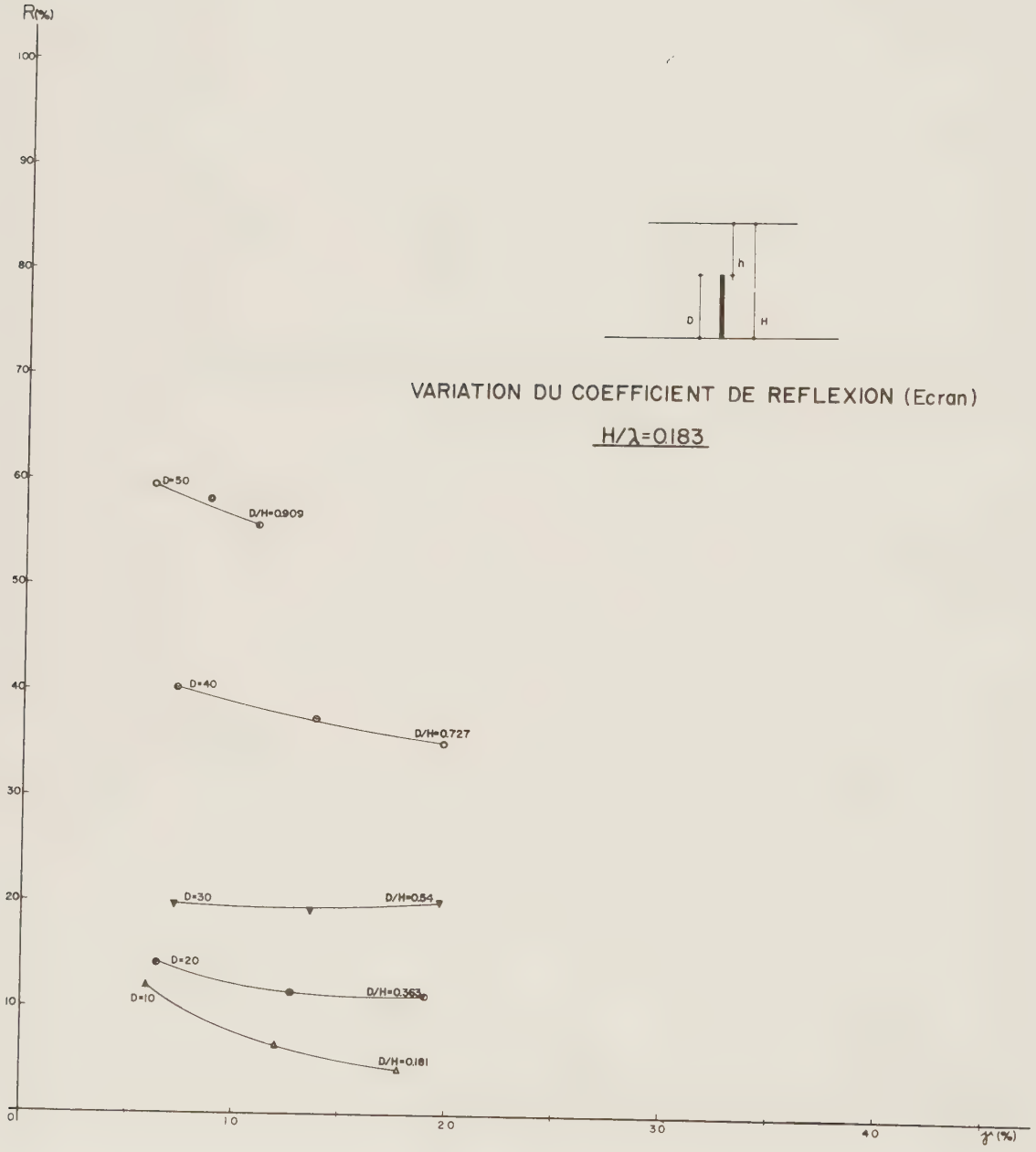
fig. 29




VARIATION DU COEFFICIENT DE REFLEXION (Ecran)

$H/\lambda = 0.275$

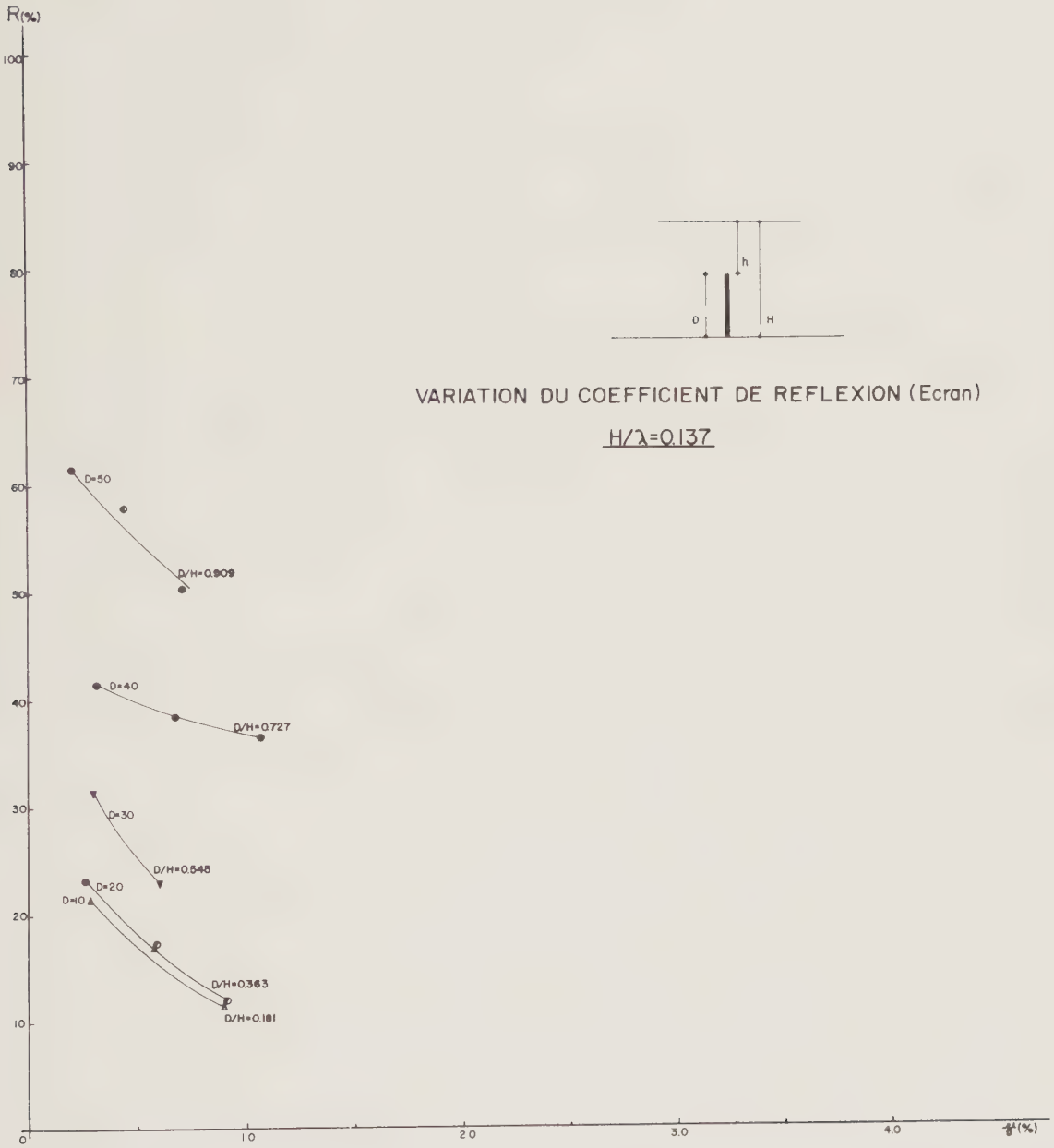
fig.30




VARIATION DU COEFFICIENT DE REFLEXION (Ecran)

$H/\lambda = 0.183$

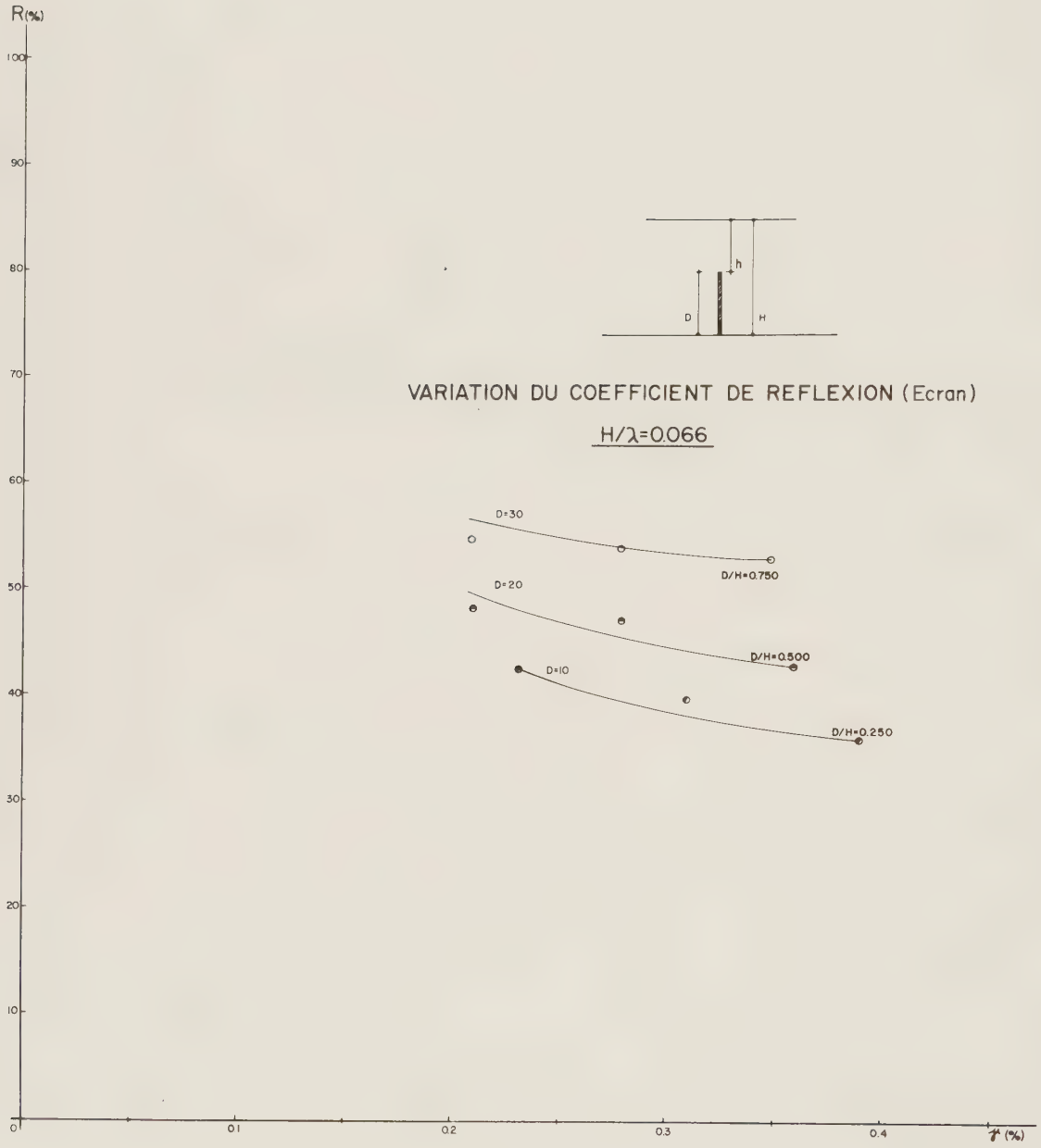
fig. 31




VARIATION DU COEFFICIENT DE REFLEXION (Ecran)

H/λ=0.137

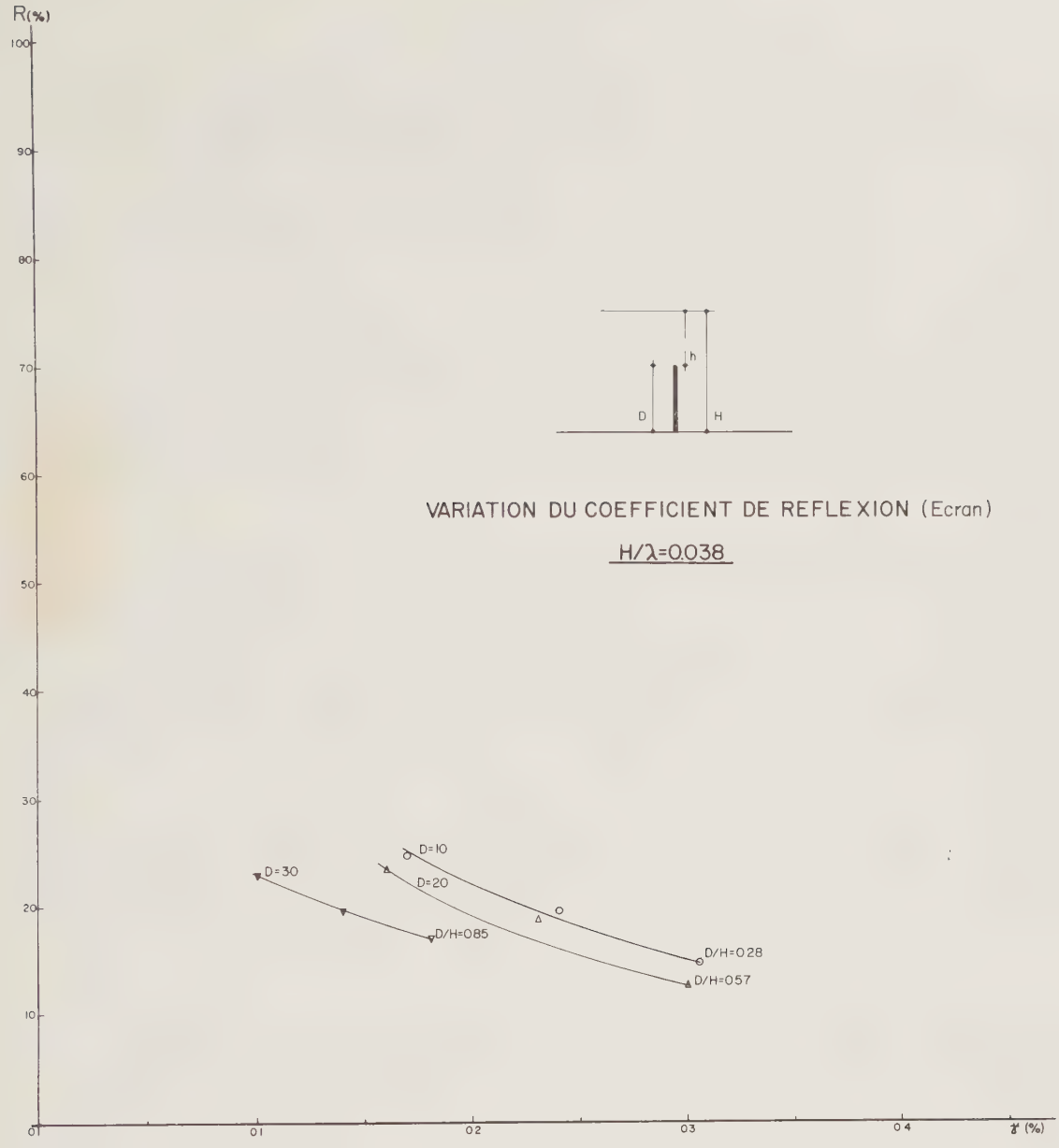
fig.32




VARIATION DU COEFFICIENT DE REFLEXION (Ecran)

H/λ=0.066

fig.33




VARIATION DU COEFFICIENT DE REFLEXION (Ecran)

H/λ=0.038

fig.34

3.2. Diagrammes R(D/H) paramétrés en $H/\lambda$ .

Dans cette présentation, on a classé les résultats dans 4 domaines de cambrure : faible cambrure avec : $\gamma \leq 0.5$ % ; $0.5\ \% \leq \gamma \geq 1.0$ %, petite cambrure : $1.0\ \% \leq \gamma \leq 2.0$ %, moyenne cambrure : $3.0\ \% \leq \gamma \leq 4.0$ % et forte cambrure : $4.0\ \% \leq \gamma \leq 5.0$ %. Les diagrammes correspondants sont donnés dans les figs. 35, 36, 37, 38, 39.

La confrontation de ces diagrammes conduit aux remarques suivantes :

1°) Le coefficient de réflexion de l'écran R varie en raison inverse de la profondeur relative $H/\lambda$ pour une valeur de la hauteur relative de l'écran D/H donnée, dans toute la gamme de cambrures.

2°) Le coefficient de réflexion devient plus élevé aux faibles cambrures ($\gamma \leq 1$ %) dans tout l'intervalle D/H ; quand le sommet de l'écran est près de la surface libre (D/H = 0.901), le coefficient de réflexion est de l'ordre de 0.60, pour des profondeurs relatives $H/\lambda \leq 0.137$ ; par contre aux grandes profondeurs relatives $0.44 \leq H/\lambda \leq 0.55$ et aux fortes cambrures (de 4 % à 5 %) la valeur du coefficient de réflexion de l'écran est de l'ordre de 0.30.

L'effet réfléchissant de l'écran est beaucoup plus net à l'égard des faibles cambrures en faible profondeur relative.

3.3. Diagrammes R(D/H) paramétrés en $\gamma$.

Dans ce regroupement des résultats pour une profondeur relative donnée ($H/\lambda$ = 0.137, 0.183, 0.55), dans les figs. 40, 41, 42 nous mettons en évidence le rôle de la cambrure ; on constate que :

1°) Les courbes R(D/H) s'étagent en raison inverse de la cambrure dans toute la gamme de profondeur relative.

2°) Pour une cambrure donnée, le coefficient de réflexion de l'écran varie dans le même sens que la hauteur relative de l'écran D/H .

3°) Le coefficient de réflexion de l'écran varie en raison inverse de la profondeur relative $H/\lambda$ dans toute la gamme de cambrure ($0.5\ \% \leq \gamma \leq 5\ \%$).

4°) L'écran réfléchit plus facilement les ondes quand la cambrure et la profondeur relative sont faibles : quand D/H = 0.909, pour $\gamma \leq 0.5$ % et $H/\lambda$ = 0.137,

le coefficient de réflexion est de l'ordre de 0.60 ; par contre pour $4\ \% \leq \gamma \leq 5\ \%$ et $H/\lambda = 0.55$, le coefficient de réflexion n'est que de l'ordre de 0.30.

3.4. 3.4. Diagrammes $T(\gamma)$ paramétrés en $D/H$ .

L'allure de la variation du coefficient de transmission est particulièrement délicate à déterminer quand la transmission est presque totale : on a alors, en effet, une grande dispersion de points comme on pourra en juger dans les diagrammes des figs. 43, 44, 45, 46, 47, 48, correspondant aux profondeurs relatives $H/\lambda = 0.55$, 0.44, 0.31, 0.27, 0.18, 0.13 en profondeur $H = 55$ cm et dans les figs. 49, 50 pour les profondeurs relatives $H/\lambda = 0.066$, 0.038 en profondeurs $H = 40$ cm et $H = 35$ cm.

La comparaison de ces diagrammes permet de faire les remarques suivantes sur la variation de $T(\gamma)$ :

1°) Les courbes $T(\gamma)$ s'étagent régulièrement en raison inverse de la hauteur relative de l'écran $D/H$ .

2°) On peut noter une grande dispersion des points dans les faibles hauteurs relatives de l'écran ($D/H \leq 0.5$) dans toute la gamme de variation de la profondeur relative $H/\lambda$ ; le rôle de la cambrure est alors incertain ; dans l'ensemble toutefois, il semble que le coefficient de transmission de l'écran varie comme l'inverse de la cambrure.

3°) Dans toute la gamme de variation de $H/\lambda$ quand la hauteur relative de l'écran $D/H \leq 0.5$, le coefficient de transmission varie entre 0.9 et 1.0 ; par contre, il est de l'ordre de 0.60 quand $D/H = 0.90$ .

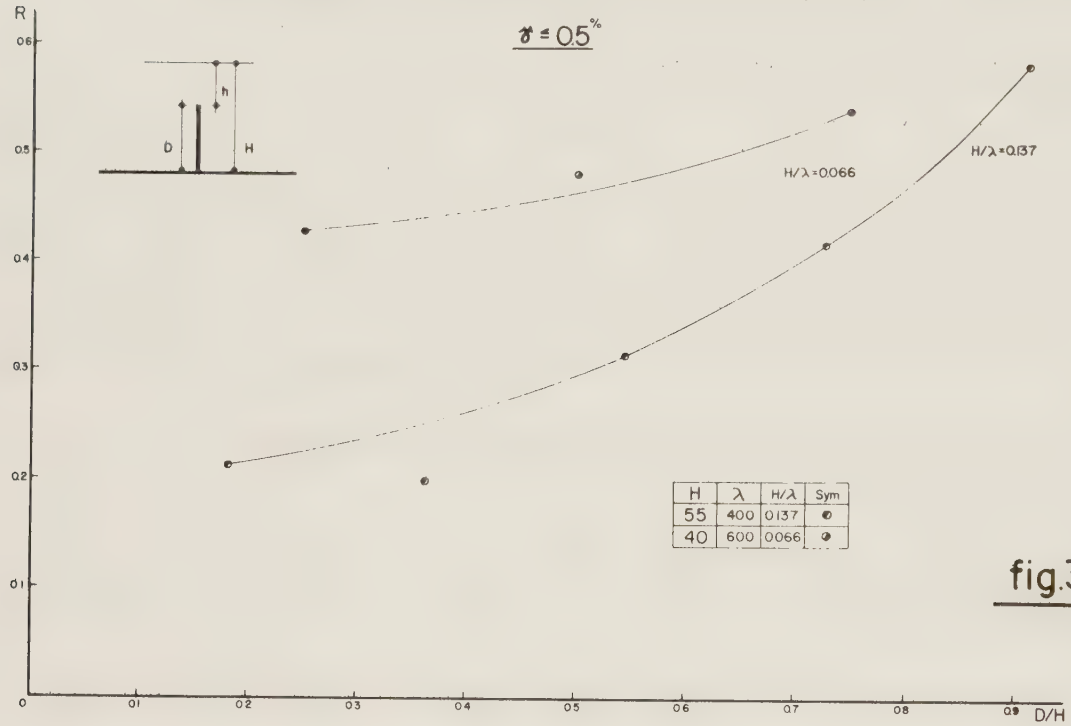
4°) Les valeurs les plus faibles de $T$ correspondent aux plus faibles valeurs de la profondeur relative $H/\lambda$ dans toute la gamme de variation de $D/H$ .

5°) L'écran apparaît comme un médiocre amortisseur ; le coefficient de transmission reste élevé même quand le bord supérieur de l'écran est près de la surface libre.

VARIATION DU COEFFICIENT DE REFLEXION (Ecran)

INFLUENCE DE LA PROFONDEUR RELATIVE (H/λ)

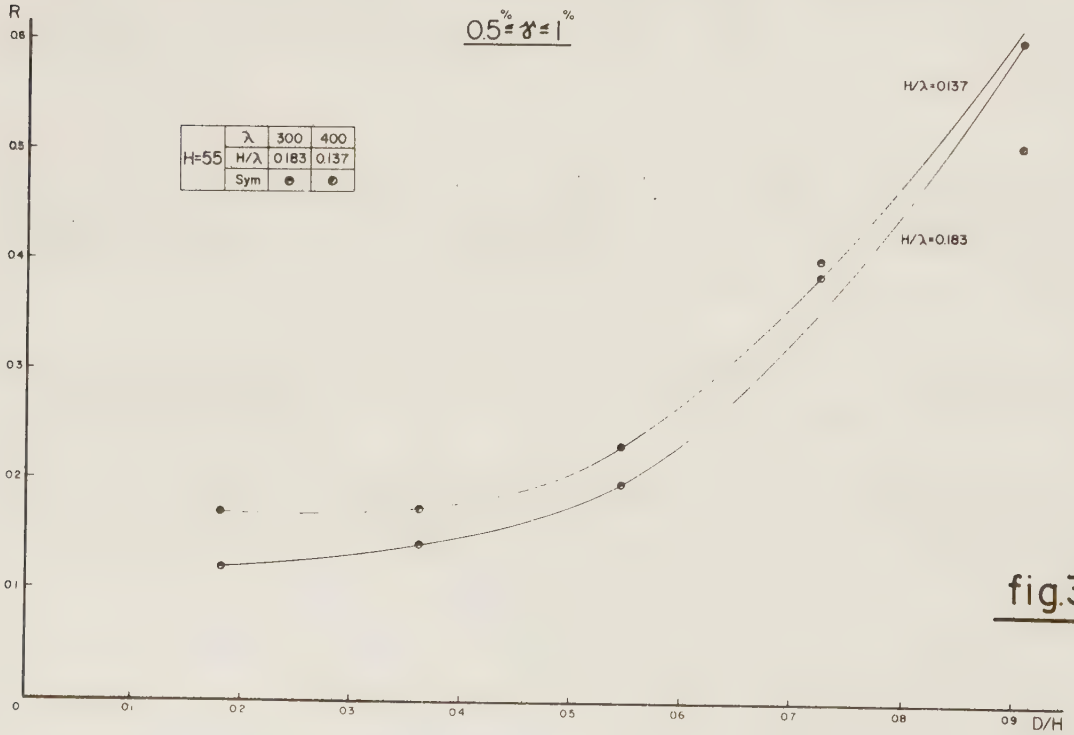
$\sigma = 0.5^{\%}$




| H | λ | H/λ | Sym |
|---|---|---|---|
| 55 | 400 | 0137 | ● |
| 40 | 600 | 0066 | ◕ |

fig.35

$0.5^{\%} \leq \sigma \leq 1^{\%}$




| | | | |
|---|---|---|---|
| H=55 | λ | 300 | 400 |
| | H/λ | 0183 | 0137 |
| | Sym | ● | ◕ |

fig.36

## VARIATION DU COEFFICIENT DE REFLEXION (Ecran)

### INFLUENCE DE LA PROFONDEUR RELATIVE (H/λ)

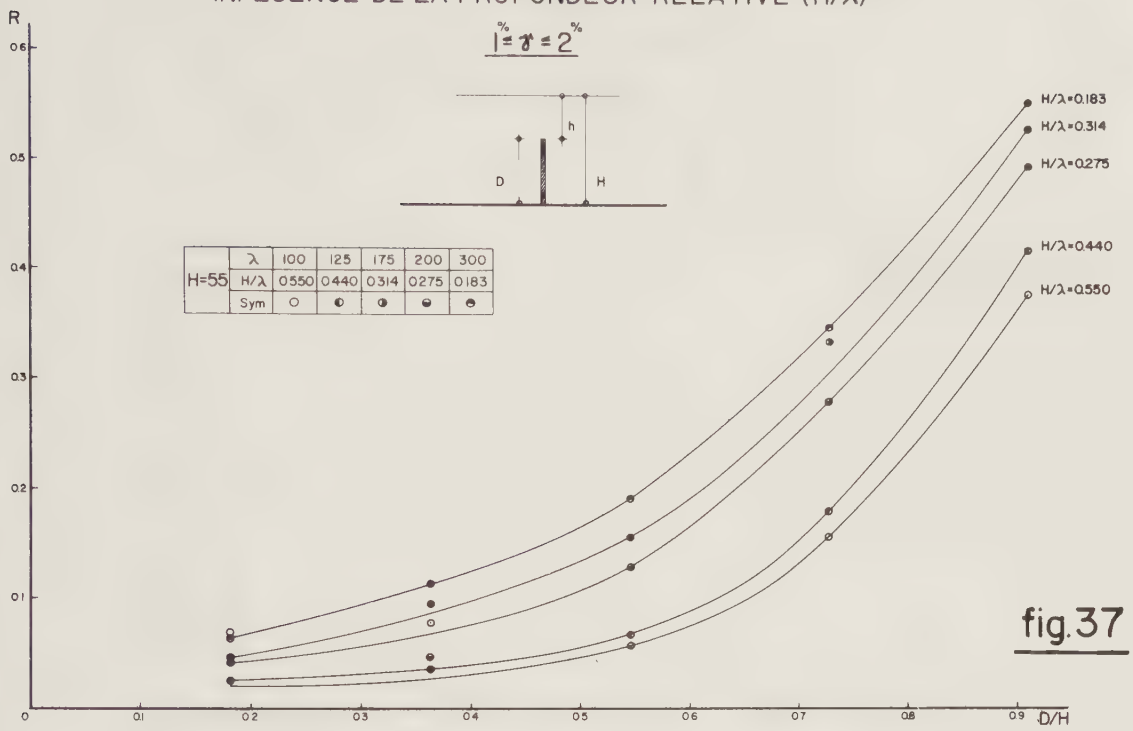



fig.37

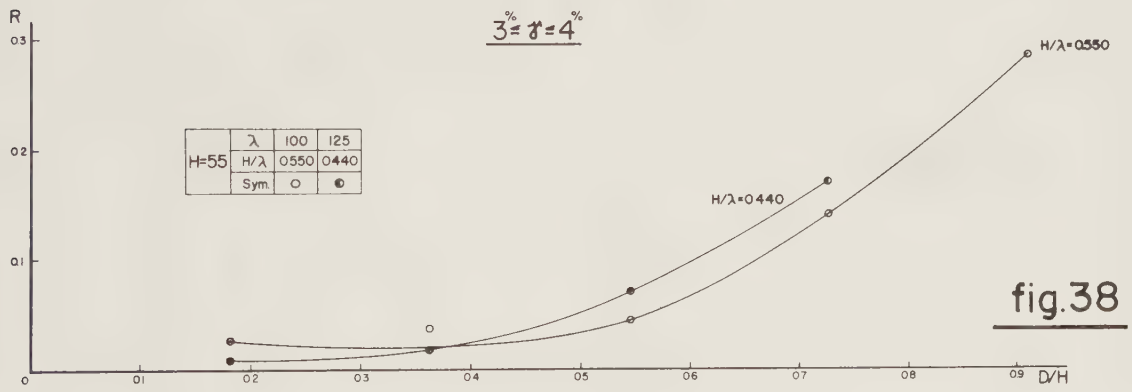



fig.38

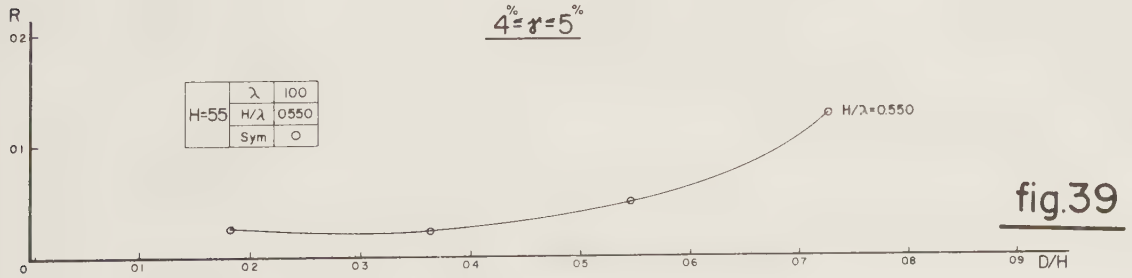



fig.39

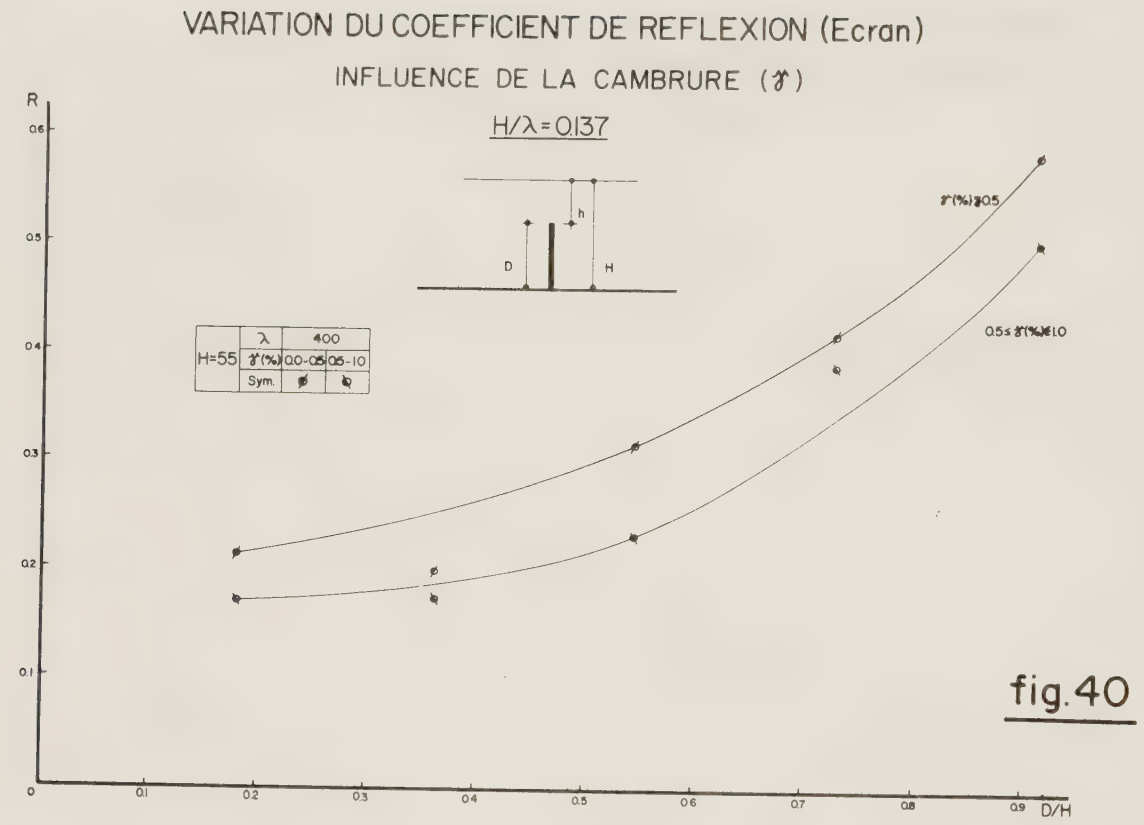

VARIATION DU COEFFICIENT DE REFLEXION (Ecran)
INFLUENCE DE LA CAMBRURE (γ)
H/λ = 0.137
R
D/H
h
D
H
H=55
λ
400
γ (%)
0.0-0.5
0.5-1.0
Sym.
γ (%) ≤ 0.5
0.5 ≤ γ (%) ≤ 1.0

fig.40

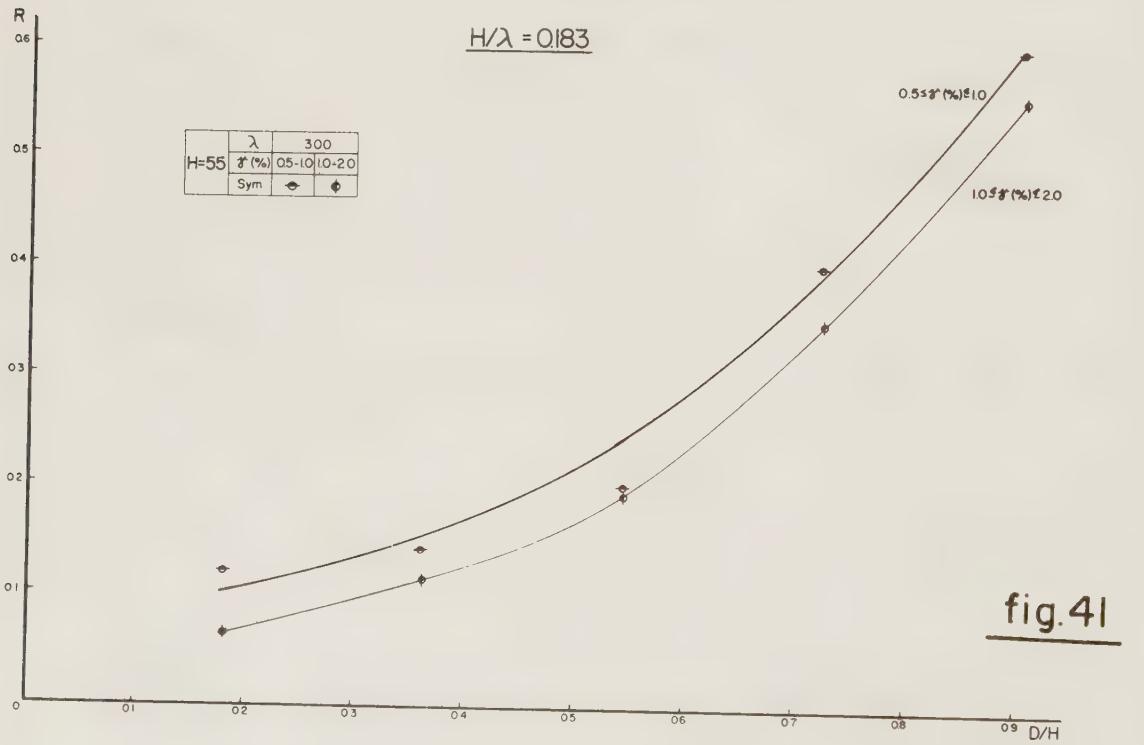

H/λ = 0.183
R
D/H
H=55
λ
300
γ (%)
0.5-1.0
1.0-2.0
Sym
0.5 ≤ γ (%) ≤ 1.0
1.0 ≤ γ (%) ≤ 2.0

fig.41

# VARIATION DU COEFFICIENT DE REFLEXION (Ecran)

## INFLUENCE DE LA CAMBRURE (δ)

## H/λ = 0.550

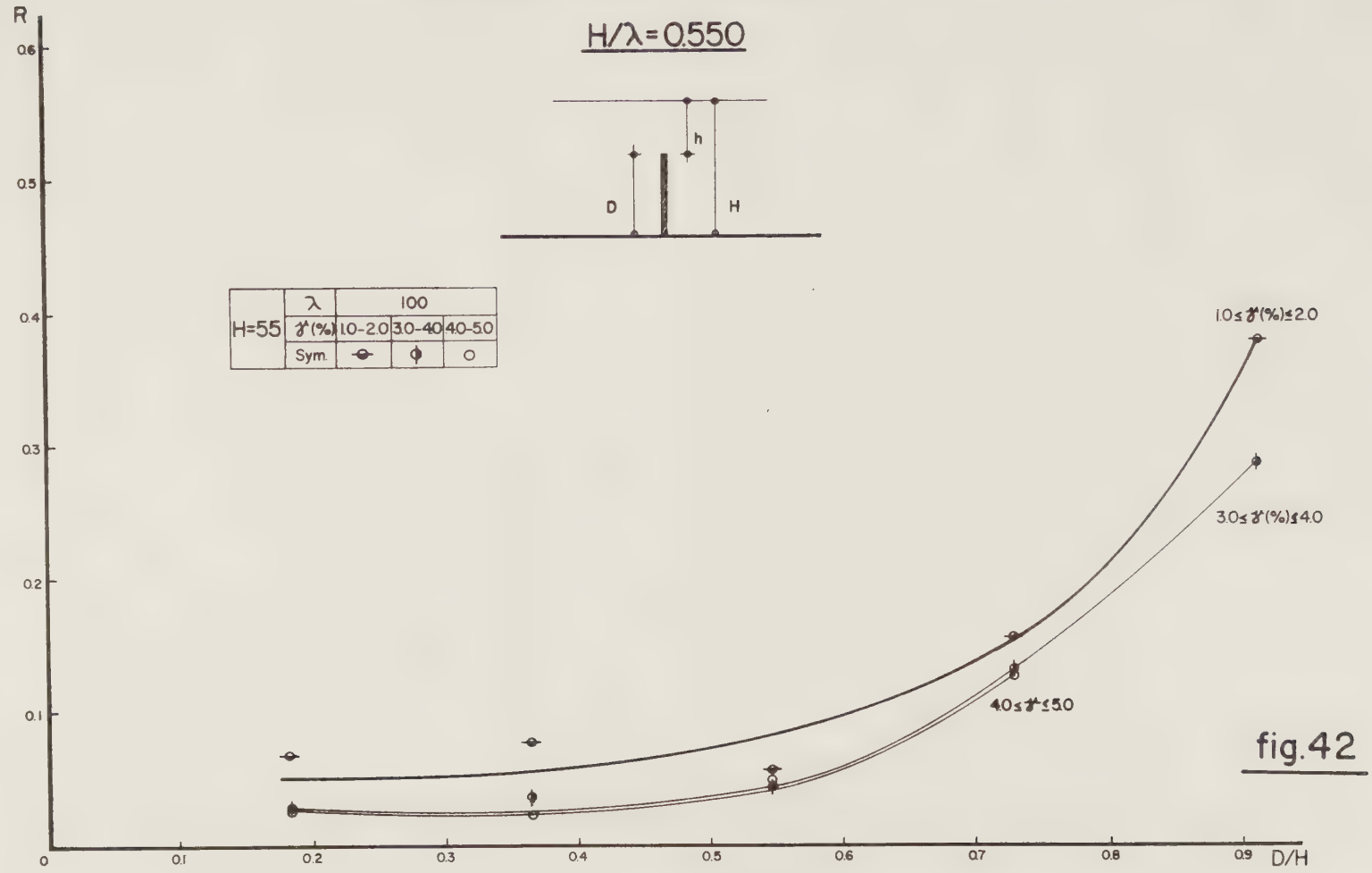



fig.42

VARIATION DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION (Ecran)

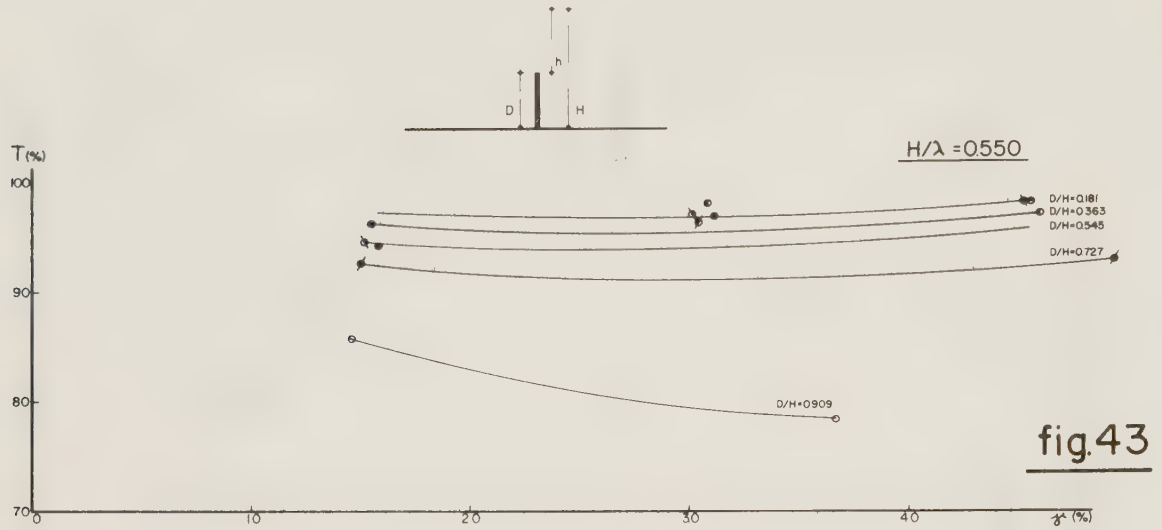



fig.43

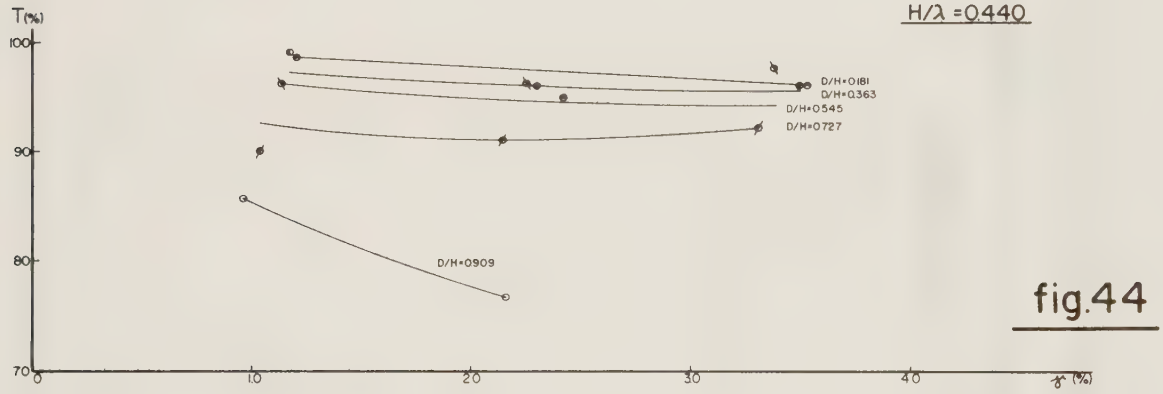



fig.44

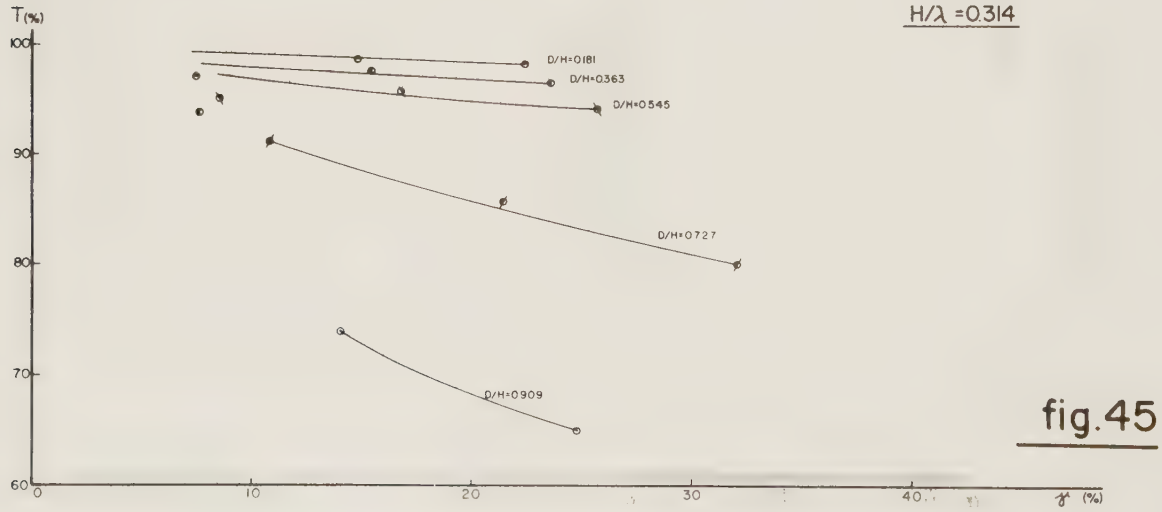



fig.45

VARIATION DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION (Ecran)

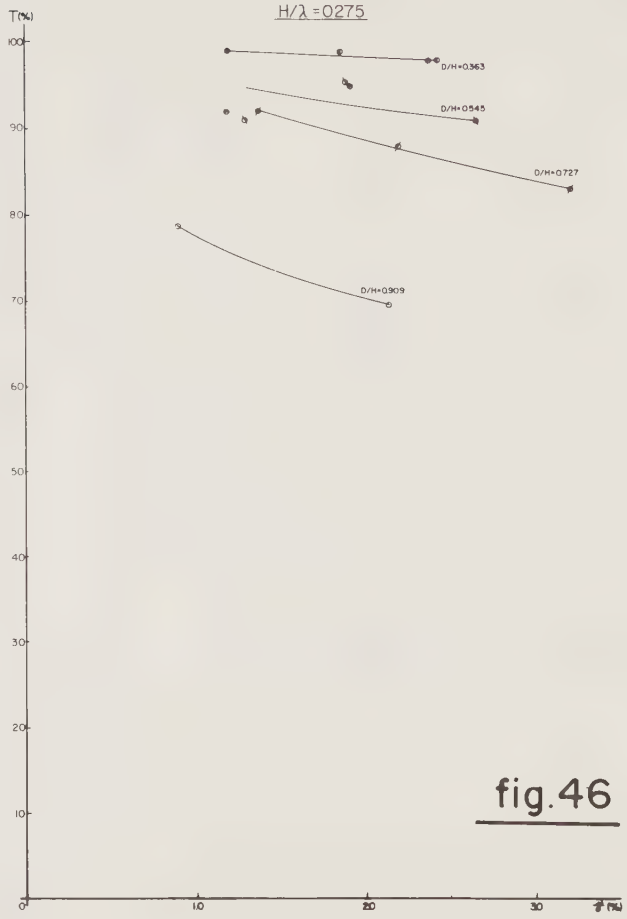



fig.46

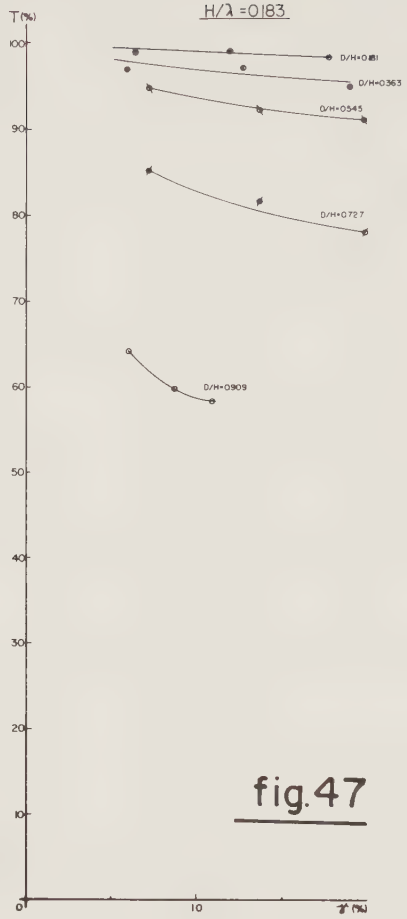



fig.47

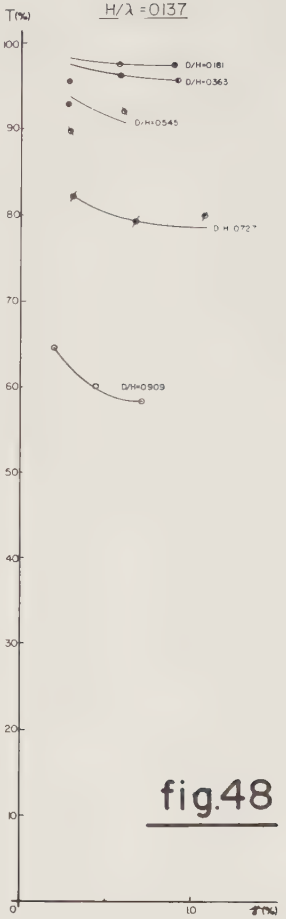
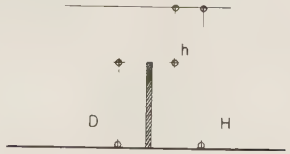



fig.48

# VARIATION DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION (Ecran)




λ=900

H/λ =0038

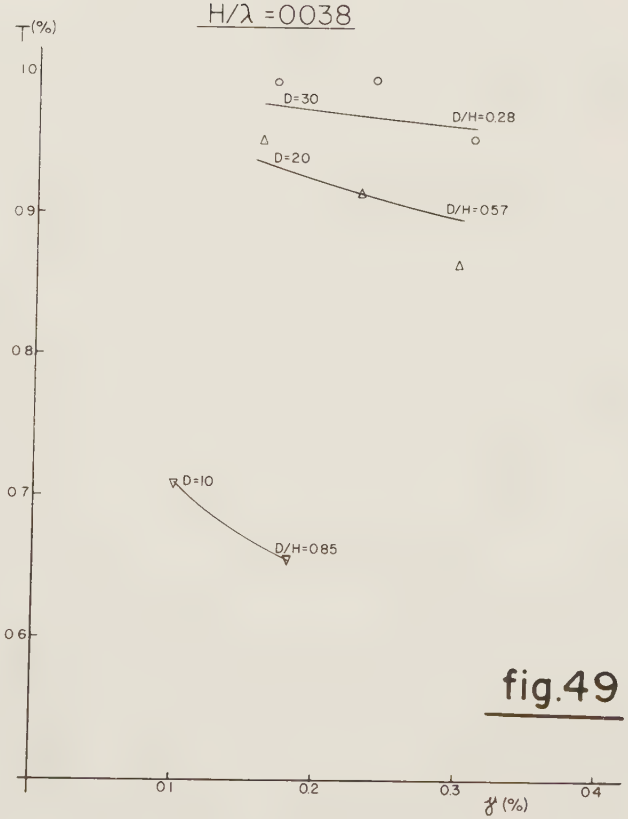



fig.49

λ=600

H/λ =0.066

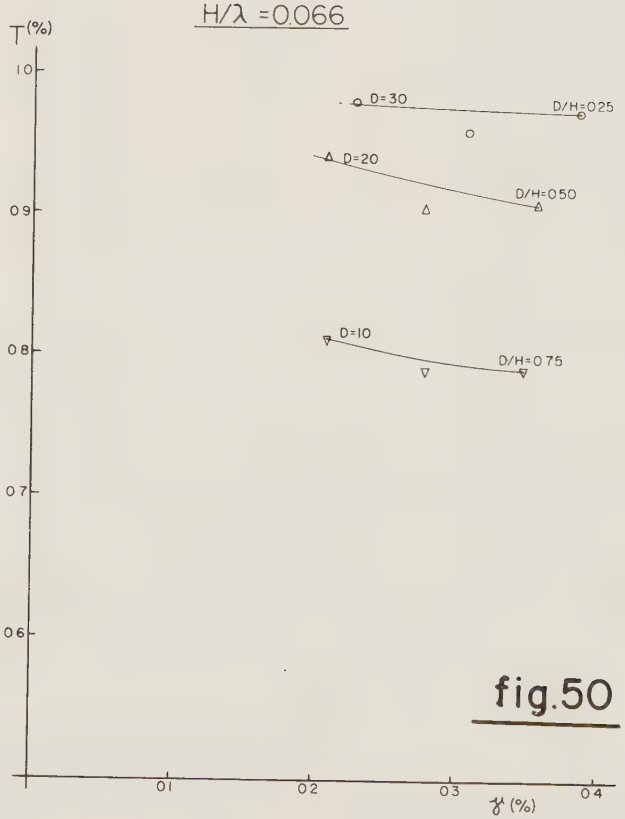



fig.50

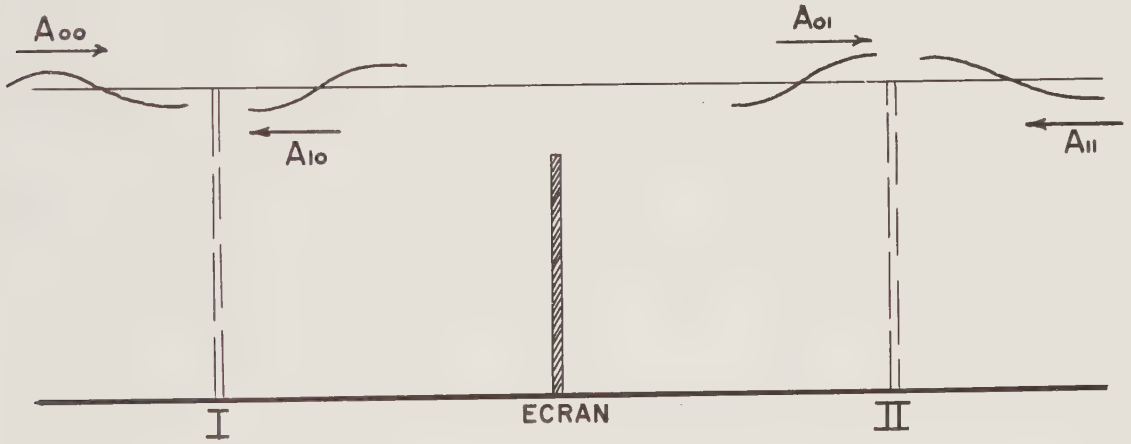
## IV. PERTES D'ENERGIE.

L'influence de l'écran sur la propagation des ondes est caractérisée comme nous l'avons vu, par la valeur des coefficients de réflexion et de transmission ; ces coefficients sont liés par la relation théorique qui exprime la conservation de l'énergie : $R^2 + T^2 = 1$.

Dans la réalité le franchissement de l'écran par les ondes, se fait avec une certaine dissipation d'énergie, de telle sorte que la relation précédente doit être modifiée et prendre la forme :

$$R^2 + T^2 = K_E \quad \text{avec} \quad K_E < 1.$$

Afin de tenter d'évaluer les pertes d'énergie qui se produisent au cours des processus de réflexion et de transmission, nous nous sommes inspirés de la méthode utilisée par URSELL et DEAN [20] , suivant le schéma représentatif (fig. 51) ci-dessous des phénomènes.




On distinguera en effet :

Une onde incidente d'amplitude $A_{oo}$ en provenance du batteur.
Une onde d'amplitude $A_{1o}$ réfléchie par l'écran.
Une onde d'amplitude $A_{o1}$ transmise par l'écran.
Une onde d'amplitude $A_{11}$ réfléchie par la plage d'amortissement.

Si on considère un compartiment limité par la section verticale I du canal en amont de l'écran et la section verticale II du canal en aval de l'écran, l'énergie qui entre dans ce compartiment, est donnée par la relation [20] :

$$E_I = \frac{1}{2} \rho g \left( A_{oo}^2 + A_{11}^2 \right)$$

et l'énergie qui en sort par la relation :

$$E_S = \frac{1}{2} \rho g \left( A_{0,1}^2 + A_{1,0}^2 \right)$$

La différence des énergies entrante et sortante représentera les pertes d'énergie liées aux processus de réflexion et de transmission ; ceci permet de définir le coefficient de pertes d'énergie suivant en pourcentage.

$$\Delta E \% = \frac{E_I - E_S}{E_I}$$

Nous avons évalué tout d'abord à partir de cette expression les pertes d'énergie $\Delta E$ qui se produisent pour la profondeur H = 55 cm avec les hauteurs de l'écran D = 10, 20, 30, 40, 50 cm et longueurs d'onde $\lambda$ = 100, 125, 175, 200, 300, 400 cm ; ces résultats sont montrés dans le tableau XXVI.

Pour des hauteurs d'écran D $\leq$ 30 cm, les pertes d'énergie ne suivent pas une variation régulière et systématique en fonction de la longueur d'onde, et de l'amplitude des ondes ; il semble, toutefois, que les pertes d'énergie diminuent quand la cambrure augmente ; la valeur moyenne des pertes d'énergie dans ces conditions est de l'ordre de 6 % pour des hauteurs d'écran D = 10 cm, et D = 20 cm ; elle est de l'ordre de 9 % pour une hauteur d'écran D = 30 cm. Par contre, pour des hauteurs d'écran D = 40 cm, D = 50 cm, il y a une augmentation systématique des pertes d'énergie quand la longueur d'onde augmente ; pour une hauteur d'écran D = 40 cm, la valeur moyenne des pertes d'énergie est de l'ordre de 16 % et pour D = 50 cm, elle est de l'ordre de 26 %. On peut constater également que pour une même valeur de la cambrure, les pertes d'énergie augmentent quand la longueur d'onde augmente ; par exemple, pour D = 40 cm, quand $\lambda$ = 125 cm, $\gamma$ = 1.03 %, on a $\Delta E$ = 16 %, par contre quand $\lambda$ = 400 cm, $\gamma$ = 1.07 %, on a $\Delta E$ = 23 %.

De l'examen détaillé comparatif des résultats concernant d'une part les coefficients de réflexion et de transmission (tableau XX) et d'autre part les résultats concernant les pertes d'énergie $\Delta E$ (tableau XXVI), il apparaît nettement que les pertes d'énergie augmentent quand $R^2 + T^2$ diminue.

En profondeur H = 40 cm et avec la longueur d'onde $\lambda$ = 600 cm, les pertes d'énergie $\Delta E$ pour des hauteurs d'écran D = 10, 20, 30 cm sont données dans le tableau XXVII. Malgré la petitesse des amplitudes (inférieures au centimètre) on voit que la valeur moyenne de $\Delta E$ est de l'ordre de 9 % ; il existe une augmentation régulière et systématique de $\Delta E$ en fonction de l'amplitude et de la hauteur de l'écran.

L'examen détaillé comparatif du tableau XXIV concernant la somme $R_{TH}^2 + T_{TH}^2$ et le tableau XXVII concernant la valeur des pertes d'énergie montre que, quand

$R_{TH}^2 + T_{TH}^2$ diminue, les pertes d'énergie augmentent pour toutes les valeurs de D .

Remarque : On note dans le tableau XXI que la somme $R^2 + T^2$ peut atteindre des valeurs plus grandes que 1 (14 % maximum pour D = 10 cm, $\gamma$ = 0.23 %). Nous n'avons pas pu trouver d'explication vraiment satisfaisante à ce fait surprenant a priori.

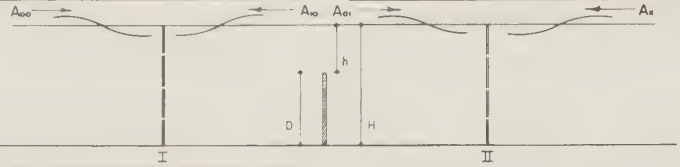
Enfin, le tableau XXVIII qui donne les valeurs de $\Delta E$ pour la longueur d'onde $\lambda$ = 900 cm en profondeur relative $H/\lambda$ = 0.038 et hauteurs de l'écran D = 10, 20, 30 cm, montre que les pertes d'énergie deviennent de plus en plus importantes ; elles augmentent d'une manière très nette avec l'amplitude et la hauteur de l'écran ; par exemple on a $\Delta E$ = 55 % pour D = 30 cm avec une amplitude $A_{oo}$ de l'ordre du centimètre. La dissipation d'énergie s'accentue notablement quand le bord supérieur de l'écran se rapproche de la surface libre et dans ces conditions, on remarque que les valeurs de la somme $R^2 + T^2$ diminuent rapidement (tableau XXII).

Nous avons essayé à propos des pertes d'énergie, d'évaluer la part éventuelle de l'amortissement visqueux dans la couche limite sur le fond et sur les parois latérales [21] , [1] , [8] d'après nos calculs l'ordre de grandeur des effets considérés apparaît en l'occurrence négligeable par rapport à d'autres phénomènes. On pourrait également penser à l'infuence des harmoniques de période $\sigma/2$ et $\sigma/3$ présents dans les houles utilisées, mais leurs fluctuations et aussi très souvent leur petitesse n'ont pas permis de tirer des conclusions systématiques ; il semble bien toutefois que leur influence ne soit pas déterminante dans les processus des pertes d'énergie. Par contre, il est certain qu'au vu des phénomènes se produisant au-dessus de l'écran et à proximité de la surface libre, des perturbations très importantes en forme de vortex prennent naissance entraînant des pertes d'énergie notables qui perturbent l'évolution régulière des coefficients étudiés. Ces observations pourraient faire l'objet d'une étude qualitative par visualisation chronophotographique qui permettrait d'apporter des compléments d'information importants sur le rôle de l'écran.

# PERTES D'ENERGIE
## ΔE(%)

| D/H=0909 | | | | D=50 | | | 0.137≤H/λ≥0.550 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $A_{00}$ | $A_{11}$ | $A_{00}^2+A_{11}^2$ | $A_{10}$ | $A_{01}$ | $A_{10}^2+A_{01}^2$ | ΔE(%) |
| 100 | 0.731 | 0.051 | 0.537 | 0.277 | 0.627 | 0.470 | 12.52 |
| | 1.833 | 0.053 | 3.364 | 0.524 | 1.436 | 2.336 | 30.54 |
| | | | | | | | |
| 125 | 0.604 | 0.020 | 0.366 | 0.252 | 0.517 | 0.332 | 9.31 |
| | 1.345 | 0.060 | 1.812 | 0.501 | 1.031 | 1.314 | 37.46 |
| | | | | | | | |
| 175 | 1.328 | 0.055 | 1.510 | 0.632 | 0.907 | 1.250 | 7.26 |
| | 3.177 | 0.089 | 4.747 | 0.913 | 1.414 | 2.834 | 40.29 |
| | | | | | | | |
| 200 | 0.908 | 0.056 | 0.828 | 0.451 | 0.714 | 0.714 | 13.76 |
| | 2.148 | 0.068 | 4.618 | 0.751 | 1.495 | 1.478 | 32.01 |
| | | | | | | | |
| 300 | 0.907 | 0.090 | 0.832 | 0.538 | 0.582 | 0.629 | 24.41 |
| | 1.306 | 0.037 | 1.706 | 0.758 | 0.760 | 1.185 | 30.55 |
| | 1.643 | 0.123 | 2.714 | 0.912 | 0.960 | 1.854 | 55.35 |
| 400 | 0.406 | 0.066 | 0.171 | 0.252 | 0.264 | 0.133 | 22.15 |
| | 0.886 | 0.120 | 0.800 | 0.614 | 0.333 | 0.398 | 31.48 |
| | 1.425 | 0.170 | 2.059 | 0.919 | 0.830 | 1.206 | 41.43 |

| D/H=0727 | | | | D=40 | | | 0.137≤H/λ≥0.550 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $A_{00}$ | $A_{11}$ | $A_{00}^2+A_{11}^2$ | $A_{10}$ | $A_{01}$ | $A_{10}^2+A_{01}^2$ | ΔE(%) |
| 100 | 0.752 | 0.096 | 0.576 | 0.118 | 0.698 | 0.501 | 12.98 |
| | 1.522 | 0.026 | 2.317 | 0.199 | 1.464 | 2.183 | 5.78 |
| | 2.968 | 0.108 | 6.102 | 0.315 | 2.285 | 5.320 | 12.81 |
| 125 | 0.646 | 0.019 | 0.417 | 0.117 | 0.580 | 0.351 | 15.98 |
| | 1.339 | 0.039 | 1.796 | 0.235 | 1.220 | 1.545 | 7.396 |
| | 2.072 | 0.001 | 4.293 | 0.351 | 1.914 | 3.789 | 11.73 |
| 175 | 0.945 | 0.053 | 0.896 | 0.318 | 0.861 | 0.843 | 5.94 |
| | 1.875 | 0.099 | 3.525 | 0.570 | 1.606 | 2.905 | 17.59 |
| | 2.826 | 0.101 | 7.999 | 0.733 | 2.253 | 5.616 | 29.89 |
| 200 | 1.376 | 0.047 | 1.895 | 0.389 | 1.230 | 1.964 | 6.90 |
| | 2.193 | 0.002 | 4.821 | 0.576 | 1.932 | 4.068 | 15.62 |
| | 3.229 | 0.013 | 10.431 | 0.816 | 2.686 | 7.882 | 24.43 |
| 300 | 1.090 | 0.131 | 1.206 | 0.436 | 0.929 | 1.033 | 12.65 |
| | 2.067 | 0.131 | 4.295 | 0.770 | 1.688 | 3.442 | 18.85 |
| | 2.981 | 0.199 | 8.930 | 1.033 | 2.323 | 6.964 | 37.60 |
| 400 | 0.630 | 0.100 | 0.407 | 0.262 | 0.516 | 0.335 | 17.50 |
| | 1.351 | 0.190 | 1.861 | 0.521 | 1.072 | 1.420 | 23.66 |
| | 2.138 | 0.211 | 4.615 | 0.783 | 1.709 | 3.534 | 23.41 |




$$\Delta E(\%) = \frac{E_I - E_S}{E_I}$$

$$E_I = 1/2\rho g(A_{00}^2 + A_{11}^2)$$

$$E_S = 1/2\rho g(A_{10}^2 + A_{01}^2)$$

| D/H=0545 | | | | D=30 | | | 0.137≤H/λ≤0.550 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $A_{00}$ | $A_{11}$ | $A_{00}^2+A_{11}^2$ | $A_{10}$ | $A_{01}$ | $A_{10}^2+A_{01}^2$ | ΔE(%) |
| 100 | 0.757 | 0.030 | 0.574 | 0.043 | 0.716 | 0.514 | 10.49 |
| | 1.505 | 0.045 | 2.267 | 0.065 | 1.434 | 2.118 | 6.35 |
| | 2.388 | 0.060 | 5.703 | 0.108 | 2.207 | 4.885 | 4.26 |
| 125 | 0.706 | 0.038 | 0.500 | 0.047 | 0.681 | 0.466 | 6.90 |
| | 1.406 | 0.043 | 1.978 | 0.104 | 1.353 | 1.841 | 6.94 |
| | 2.115 | 0.030 | 4.474 | 0.151 | 2.063 | 4.259 | 4.36 |
| 175 | 0.744 | 0.044 | 0.555 | 0.128 | 0.707 | 0.516 | 6.98 |
| | 1.424 | 0.056 | 2.175 | 0.230 | 1.411 | 2.044 | 6.05 |
| | 2.256 | 0.083 | 5.096 | 0.352 | 2.122 | 4.629 | 9.21 |
| 200 | 1.279 | 0.072 | 1.642 | 0.135 | 1.165 | 1.377 | 16.13 |
| | 1.884 | 0.097 | 3.560 | 0.239 | 1.797 | 3.286 | 7.91 |
| | 2.659 | 0.102 | 7.074 | 0.342 | 2.410 | 5.922 | 16.20 |
| 300 | 1.083 | 0.122 | 1.183 | 0.212 | 1.028 | 1.101 | 7.23 |
| | 2.046 | 0.122 | 4.201 | 0.390 | 1.886 | 3.709 | 11.70 |
| | 2.949 | 0.141 | 8.720 | 0.612 | 2.690 | 7.614 | 12.68 |
| 400 | 0.598 | 0.104 | 0.369 | 0.188 | 0.537 | 0.324 | 12.20 |
| | 1.202 | 0.170 | 1.493 | 0.278 | 1.107 | 1.304 | 11.52 |
| | | | | | | | |

| D/H=0.363 | | | | D=20 | | | 0.137≤H/λ≤0.550 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $A_{00}$ | $A_{11}$ | $A_{00}^2+A_{11}^2$ | $A_{10}$ | $A_{01}$ | $A_{10}^2+A_{01}^2$ | ΔE(%) |
| 100 | 0.775 | 0.049 | 0.604 | 0.060 | 0.747 | 0.561 | 7.00 |
| | 1.544 | 0.055 | 2.386 | 0.056 | 1.513 | 2.292 | 2.96 |
| | 2.295 | 0.052 | 5.269 | 0.050 | 2.238 | 5.011 | 4.90 |
| 125 | 0.734 | 0.031 | 0.540 | 0.026 | 0.728 | 0.531 | 1.62 |
| | 1.448 | 0.045 | 2.092 | 0.070 | 1.383 | 1.915 | 8.43 |
| | 2.195 | 0.009 | 4.821 | 0.035 | 2.106 | 4.438 | 7.93 |
| 175 | 0.672 | 0.059 | 0.455 | 0.075 | 0.630 | 0.403 | 11.54 |
| | 1.354 | 0.083 | 1.840 | 0.129 | 1.320 | 1.759 | 4.41 |
| | 2.068 | 0.066 | 4.280 | 0.192 | 1.992 | 3.988 | 6.83 |
| 200 | 1.197 | 0.121 | 1.447 | 0.055 | 1.187 | 1.413 | 2.33 |
| | 1.856 | 0.063 | 3.448 | 0.059 | 1.836 | 3.374 | 2.16 |
| | 2.458 | 0.111 | 6.035 | 0.090 | 2.439 | 5.960 | 1.59 |
| 300 | 0.960 | 0.119 | 0.935 | 0.135 | 0.958 | 0.936 | 0.94 |
| | 1.908 | 0.130 | 3.657 | 0.218 | 1.854 | 3.434 | 4.81 |
| | 2.849 | 0.112 | 8.129 | 0.320 | 2.705 | 7.419 | 8.72 |
| 400 | 0.538 | 0.132 | 0.329 | 0.110 | 0.518 | 0.280 | 14.23 |
| | 1.176 | 0.178 | 1.414 | 0.203 | 1.129 | 1.315 | 6.99 |
| | 1.813 | 0.236 | 3.330 | 0.218 | 1.734 | 3.054 | 8.83 |

| D/H=0.181 | | | | D=10 | | | 0.137≤H/λ≥0.550 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $A_{00}$ | $A_{11}$ | $A_{00}^2+A_{11}^2$ | $A_{10}$ | $A_{01}$ | $A_{10}^2+A_{01}^2$ | ΔE(%) |
| 100 | 0.790 | 0.093 | 0.629 | 0.054 | 0.746 | 0.559 | 10.78 |
| | 1.558 | 0.059 | 2.430 | 0.092 | 1.503 | 2.395 | 6.38 |
| | 2.273 | 0.032 | 5.169 | 0.036 | 2.228 | 4.968 | 3.88 |
| 125 | 0.752 | 0.019 | 0.566 | 0.018 | 0.742 | 0.552 | 2.47 |
| | 1.515 | 0.060 | 2.298 | 0.022 | 1.486 | 2.062 | 10.27 |
| | 2.210 | 0.027 | 4.883 | 0.017 | 2.182 | 4.503 | 7.85 |
| 175 | 0.646 | 0.049 | 0.420 | 0.048 | 0.628 | 0.396 | 5.75 |
| | 1.298 | 0.050 | 1.687 | 0.064 | 1.298 | 1.636 | 3.03 |
| | 1.961 | 0.045 | 3.847 | 0.046 | 1.916 | 3.674 | 4.50 |

| D/H=0.181 | | | | D=10 | | | 0.137≤H/λ≥0.550 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| λ | $A_{00}$ | $A_{11}$ | $A_{00}^2+A_{11}^2$ | $A_{10}$ | $A_{01}$ | $A_{10}^2+A_{01}^2$ | ΔE(%) |
| 200 | 1.197 | 0.107 | 1.445 | 0.065 | 1.106 | 1.227 | 15.08 |
| | 1.912 | 0.075 | 3.661 | 0.079 | 1.816 | 3.305 | 9.74 |
| | 2.368 | 0.110 | 5.621 | 0.075 | 2.315 | 5.368 | 4.51 |
| 300 | 0.885 | 0.119 | 0.798 | 0.103 | 0.860 | 0.752 | 5.73 |
| | 1.785 | 0.121 | 3.204 | 0.113 | 1.768 | 3.141 | 1.95 |
| | 2.666 | 0.133 | 7.125 | 0.112 | 2.625 | 6.903 | 3.11 |
| 400 | 0.566 | 0.110 | 0.332 | 0.121 | 0.540 | 0.306 | 7.75 |
| | 1.144 | 0.147 | 1.330 | 0.194 | 1.115 | 1.281 | 3.91 |
| | 1.787 | 0.226 | 3.244 | 0.304 | 1.738 | 3.062 | 5.60 |

**TAB.XXVI**

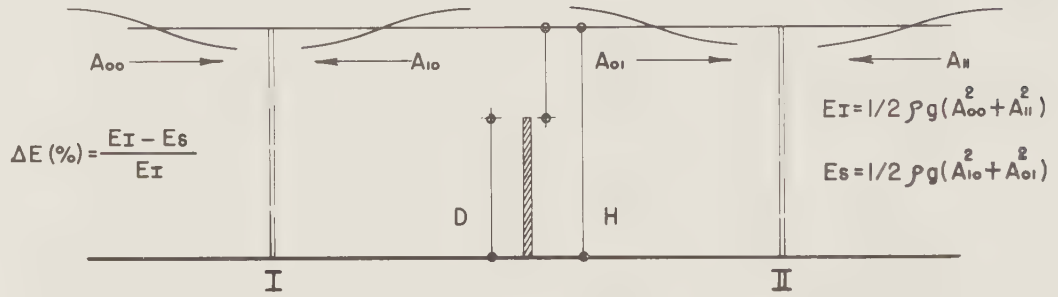
# PERTES D'ENERGIE

## ΔE(%)

| H/λ=0.066 | | | | λ=600 | | | 0.250≤D/H≤0.750 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| D | $A_{00}$ | $A_{11}$ | $A_{00}^2 + A_{11}^2$ | $A_{10}$ | $A_{01}$ | $A_{10}^2 + A_{01}^2$ | ΔE (%) |
| 10 | 0.697 | 0.279 | 0.565 | 0.297 | 0.684 | 0.557 | 1.38 |
| | 0.951 | 0.351 | 1.027 | 0.376 | 0.911 | 0.972 | 5.40 |
| | 1.170 | 0.388 | 1.519 | 0.418 | 1.138 | 1.469 | 3.30 |
| 20 | 0.630 | 0.249 | 0.460 | 0.303 | 0.593 | 0.444 | 3.45 |
| | 0.846 | 0.316 | 0.817 | 0.396 | 0.765 | 0.742 | 9.15 |
| | 1.083 | 0.348 | 1.294 | 0.451 | 0.982 | 1.170 | 9.57 |
| 30 | 0.640 | 0.219 | 0.458 | 0.349 | 0.519 | 0.391 | 14.57 |
| | 0.858 | 0.276 | 0.812 | 0.461 | 0.676 | 0.671 | 17.38 |
| | 1.054 | 0.333 | 1.221 | 0.555 | 0.832 | 1.002 | 17.96 |

TAB.XXVII

H=40



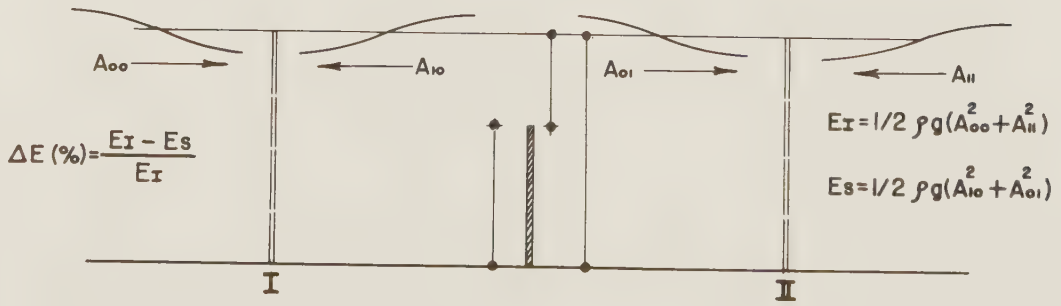
# PERTES D'ENERGIE

## ΔE(%)

| H/λ=0.038 | | | | λ=900 | | | 0.285 ≤ D/H ≤ 0.857 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| D | $A_{00}$ | $A_{11}$ | $A_{00}^2 + A_{11}^2$ | $A_{10}$ | $A_{01}$ | $A_{10}^2 + A_{01}^2$ | ΔE (%) |
| 10 | 0.779 | 0.232 | 0.660 | 0.225 | 0.774 | 0.651 | 1.45 |
| | 1.093 | 0.225 | 1.245 | 0.215 | 1.089 | 1.232 | 1.05 |
| | 1.399 | 0.231 | 2.010 | 0.205 | 1.334 | 1.821 | 9.40 |
| 20 | 0.753 | 0.203 | 0.609 | 0.176 | 0.717 | 0.546 | 10.31 |
| | 1.046 | 0.230 | 1.147 | 0.196 | 0.957 | 0.954 | 16.79 |
| | 1.375 | 0.278 | 1.967 | 0.217 | 1.188 | 1.458 | 25.88 |
| 30 | 0.454 | 0.153 | 0.230 | 0.090 | 0.322 | 0.111 | 51.45 |
| | 0.841 | 0.139 | 0.727 | 0.143 | 0.552 | 0.325 | 55.19 |
| | | | | | | | |

TAB.XXVIII

H=35



## V. CONCLUSION.

Au cours de notre étude théorique et surtout expérimentale, nous avons déterminé l'influence d'un écran vertical mince immergé sur la propagation des ondes.

Nous avons abouti à des relations entre les amplitudes et les phases des ondes émises du batteur et celles des ondes réfléchies et transmises par l'écran ; ces relations ont pu être vérifiées expérimentalement.

Dans le montage expérimental utilisé, l'existence d'une plage terminale à l'extrémité du canal complique les phénomènes du fait de la réflexion de cette plage, dont il a fallu tenir compte dans l'interprétation des résultats expérimentaux et leur confrontation avec les diverses théories concernant les coefficients de réflexion et de transmission de l'écran.

L'influence de la cambrure $\gamma$, de la profondeur relative $H/\lambda$ et de la hauteur relative de l'écran $D/H$ sur ces coefficients, a été mise en évidence. Il apparaît en effet que le coefficient de réflexion de l'écran varie en raison inverse de la cambrure et de la profondeur relative et dans le même sens que la hauteur relative de l'écran ; quant au coefficient de transmission de l'écran, il varie comme l'inverse de la cambrure $\gamma$ et de la hauteur relative de l'écran $D/H$ et dans le même sens que la profondeur relative $H/\lambda$ .

On a essayé de montrer également qu'au niveau de l'écran et dans son voisinage, il se produit dans des conditions que nous avons étudiées (présence de gros tourbillons) des pertes d'énergie que nous avons tenté d'évaluer.

Dans le domaine particulier des ondes longues en faible profondeur relative, seule la théorie de MEI et BLACK a permis une interprétation des résultats expérimentaux.

Nous avons montré que l'amplitude des harmoniques de période $\mathcal{T}/2$ et $\mathcal{T}/3$ à l'aval de l'écran augmentait avec la hauteur relative de l'écran $D/H$ et ceci d'autant plus que la profondeur relative $H/\lambda$ était plus faible.

## BIBLIOGRAPHIE


[1] MARCOU, C. *Contribution expérimentale à l'étude de la houle complexe de laboratoire.*
*Thèse, Grenoble, 1969.*

[2] MARCOU, C. *Plage d'amortissement pour canal à houle.*
*Proc. of the Vth Cong. on Coastal Eng. ch. 20, pp. 258-267, 1954.*

[3] GRESLOU, L., MAHE, Y. *Etude du coefficient de réflexion d'une houle sur un obstacle constitué par un plan incliné.*
*Proc. of the Vth Cong. on Coastal Eng.*

[4] LAURENT, J., DEVIMEUX, W. *Etude expérimentale de la réflexion de la houle sur les obstacles.*
*Revue Générale de l'Hydraulique, No 65, 1951.*

[5] SHOEMAKER, M.J., THIJSSE, J.T.H. *Investigations of the reflexion of waves.*
*International Association for Hydraulics Structures Research (I.A.H.S.R.), Grenoble, 1949.*

[6] HEALY, J.J. *Wave damping effect of beaches.*
*Proc. Minnesota International Hydraulics. Convention Minneapolis, 1953.*

[7] IRIBBARREN CAVANILLES, R., NOGALES, G. *Protection des ports.*
*Congrès International de Navigation. Lisbonne. Section II. Communication 4, 1949.*

[8] URSELL, F., DEAN, G.R., YU, U.S. *Forced small-amplitude water waves ; a comparison of theory and experiment.*
*M.I.T. Hydrodynamics Laboratory, Technical Report No 29, 1958, p. 24.*

[9] CASTRO, C. *Etude du coefficient de réflexion de la houle de laboratoire pour des talus lisses et rugueux.*
*Thèse, Grenoble, 1963.*

[10] MICHE, R. *Le pouvoir réfléchissant des ouvrages exposés à l'action de la houle.*
*Annales des Ponts et Chaussées, Paris, 1951.*

[11] O'BRIEN, M.P., CHAFFIN, A.D. *The effect of wall friction on gravity waves.*
*Transactions A.G.U. part 1, 1942.*

[12] GODA, Y., IPPEN, A.T. *Theoretical and experimental investigation of wave energie dissipators composed of wire mesh screens.* *Hydrodynamics Laboratory, Report No 60, 1963.*

[13] STRAUB, L.G., BOWERS, C.E., HERBICH, J.B. *Laboratory tests of permeable wave absorbers.* *Proceeding of VI Conference on Coastal Engineering, pp. 729-742, 1958.*

[14] SILBERMAN, E. *Artificial viscosity development for wave filters.* *Unpublished notes, University of Minnesota, St. Anthony Falls Hydraulic Laboratory, 1954.*

[15] WITKOWSKA, H. *Evolution de la houle en canal sous l'action d'une variation de la profondeur.* *Thèse, Grenoble, 1964.*

[16] MATTSON, A. *Sur la vérification expérimentale des lois théoriques d'une houle complexe.* *La Houille Blanche, No 1, pp. 64-77, 1962.*

[17] DEAN, W.R. *On the reflexion of surface waves by a sumberged plane barrier.* *Proc. Cambridge, Phil. Soc., Vol. 41, pp. 231-238 (1945).*

[18] WIEGEL, R.L. *Transmission of waves past a rigid thin barrier.* *J. Waterways Harbours, Div. Proc. A.S.C.E., 86, WW 1, paper 2413 (1960).*

[19] MEI, C.C., BLACK, J.L. *Scattering of surface waves by rectangular obstacles in water of finite depth.* *J. Fluids Mechanics, Vol. 38, part 3, pp. 499-511 (1969).*

[20] DEAN, R.G., URSELL, F. *Interaction of a fixed, semi-immersed circular cylinder with a train of surface waves.*

[21] HUNT, J.N. *Viscous damping of waves over an inclined bed in a channel of finite width.* *La Houille Blanche, Vol. 7, 1952, pp. 836-842.*

## BIBLIOGRAPHIE GENERALE


[1] BARTHOLOMEUSZ, E.F. *The reflexion of long waves at a step.*
*Proc. Cambridge Phil. Soc. Vol. 54, pp. 106-118 (1958).*

[2] BEACH EROSION BOARD (HALL, W.C., HALL, J.V.). *A model study of the effect of submerged breakwaters on wave action.*
*U.S. Army, Corps of Engineers, Tech. Memo. No 1 (1940).*

[3] BEACH EROSION BOARD. *A method for determining depths over bottom discontinuities.*
*Tech. Memo. 5. Chief of Engineers, U.S. WAR DEPT (1944).*

[4] BIESEL, F., LE MEHAUTE, B. *Etude théorique de la réflexion de la houle sur certains obstacles.*
*La Houille Blanche, No 10, pp. 130-138 (1955).*

[5] BOURODIMOS, E.L. *Transformation of wave characteristics in the reflexion transmission process through open channels of varying geometry.*
*Ph.D. Thesis, M.I.T. Hydro. Lab. (1966).*

[6] BOURODIMOS, E.L., IPPEN, A.T. *Wave reflexion and transmission in open channel transitions.*
*M.I.T. Hydro-Lab., T.R. 98, (1966).*

[7] CARR, J.H., HEALY, J.J., STELZRIEDE, M. *Reflection and transmission of water wave by floating and fixed rigid surface barriers.*
*Progress Report Calif. Inst. Tech., Hydro. Lab., Contract Noy-12.561 (unpublished) (1950).*

[8] CARR, J.H. *Mobile breakwaters studies.*
*Calif. Inst. Tech., Hydro. Lab. Rept. N-64.2, (unpublished) (1950).*

[9] CARR, J.H. *Mobile breakwaters.*
*Proc. Second Conf. Coastal Eng., Berkeley, Calif., The Engineering Foundation Council on Wave Research, pp. 281-295 (1952).*

[10] CARR, J.H. *Wave forces on plane barriers.*
*Calif. Inst. Tech., Hydro. Lab., Contract Noy-12.561, Rept. No E-11, 1 (unpublished) (1953).*

[11] COSTELLO, R.D. *Damping of water waves by vertical circular cylinders.* *Trans. Amer. Geophys. Union, vol. 33, 4, pp. 513-519 (1952).*

[12] DAUBERT, A., LEBRETON, J.C. *Diffraction de la houle sur des obstacles à parois verticales.* *La Houille Blanche, No 4, pp. 337-344 (1965).*

[13] DAUBERT, A. *Quelques considérations sur les différentes simulations et méthodes de calcul du comportement des structures immergées ou flottantes en mer.* *La Houille Blanche, No 2, pp. 159-173 (1970).*

[14] DEAN, W.R. *On the reflexion of surface waves by a submerged plane barrier.* *Proc. Cambridge, Phil. Soc., Vol. 41, pp. 231-238 (1945).*

[15] DEAN, W.R. *On some cases of the reflexion of surface waves by an inclined plane barrier.* *Proc. Cambridge, Phil. Soc., Vol. 44, pp. 483-491 (1948).*

[16] DEAN, R.G., URSELL, F. *Interaction of a fixed, semi-immersed circular cylinder with a train of surface waves.* *Dep. Civil Sanitary Engin., M.I.T., Tech. Rept. No 37 (1959).*

[17] DEAN, R.G. *Long wave modification by linear transitions.* *Waterways and Harbors. Div. Prov. A.S.C.E. Vol. 90, No WW1, pp. 1-29 (1964).*

[18] DE LONG CORPORATION. *Mobile self-elevating plataform with breakwater used to form a multi-purpose harbour unit.* *Contract Noy-3153 with U.S. Naval Civil Engineering Lab., Port Hueneme Calif. (1959).*

[19] DJOUNKOVSKI, N.N., BOJITCH, P.K. *La houle et son action sur les côtes et les ouvrages côtiers, Paris (1959).*

[20] DMITRIEV, A.A. *Passage d'ondes planes au-dessus d'un mur noyé.* *Comptes Rendus à l'Académie des Sciences d'U.R.S.S. (en russe), pp. 981-984 (1954).*

[21] EVANS, J.T. *Pneumatic and similar breakwaters.* *Proc. Royal Soc. London. Series A, vol. 231, pp. 457-466 (1955).*

[22] EVANS, D.V. *The influence of surface tension on the reflection of water waves by a plane vertical barrier.* *Proc. Cambridge, Phil. Soc. Vol. 64, pp. 795-810 (1968).*

[23] EVANS, D.V. *Diffraction of water waves by a submerged vertical plate.* *J. Fluid Mech. Vol. 40, Part 3, pp. 433-451 (1970).*

[24] FAULKNER, T.R. *The diffraction of an obliquely incident surface wave by a vertical barrier of finite depth.* *Proc. Cambridge, Phil. Soc. Vol. 62, pp. 829-838 (1966).*

[25] FRIEDRICHS, K.O., LENY, H. *The dock problem.* *Comm. Pure Appl. Math. 1, 135 (1948).*

[26] GARRET, C.J.R. *Waves forces on a circular dock.* *J. Fluid Mech. Vol. 46, part. 1, pp. 129-139 (1971).*

[27] GREEN, G. *On the motion of the waves in a variable canal of small depth and width.*
*Cambridge Trans. Vol. 6, p. 225 (1837).*

[28] HAMILTON, W.S. *Forces exerted by waves on a sloping board.*
*Trans. Amer. Geophys. Union, vol. 31, 6, pp. 849-855 (1950).*

[29] HARLEMAN, D.R.F., SHAPIRO, W.C. *Experimental and analytical studies of wave forces on offshore structures, Part 1, Results for vertical cylinders ; M.I.T. Hydrodynamics Laboratory, Tech. Report No 19 (1955).*

[30] HASKIND, M.D. *The pressure of waves on a barrier.*
*Inzhenevnyi Sbovnik, 4, No 2, pp. 147-160 (1948).*

[31] HASKIND, M.D. *Radiation and diffraction of surface waves by a flat plate floating vertically (R).*
*Prikl. Mat. Mekh. 23, pp. 546-556 (English translation Appl. Math. Mech. 23, pp. 770-783) (1959).*

[32] HAVELOCK, T.H. *The pressure of water waves upon a fixed obstacle.*
*Proc. Royal Soc. Lond., Ser. A, 175, pp. 409-421 (1940).*

[33] HAVELOCK, T.H. *The forces on a submerged body moving under waves.*
*Trans. Inst. of Naval Architects, vol. 96, pp. 77-88 (1954).*

[34] HEINS, A.E. *Water waves over a channel of finite depth with a dock.*
*Amer. J. Math. 70, pp. 730-748 (1948).*

[35] HEINS, A.E. *Water waves over a channel of finite depth with a submerged plane barrier.*
*Canad. J. Math., vol. 2, pp. 210-222 (1950).*

[36] HENSEN, W. *Model tests with pneumatic breakwater.*
*Dock and Harbour Authority, 36, 416, pp. 57-61 (1955).*

[37] HOLFORD, R.L. *Short surface waves in the pressure of a finite dock.*
*Proc. Cambridge Phil. Soc. Vol. 60, part 4, pp. 957-1011 (1964).*

[38] HUDSON, R.Y. *Wave forces on breakwaters.*
*Trans. Amer. Soc. Civil Engineers, Vol. 118, pp. 653-685 (1953).*

[39] IPPEN, A.T., ALAM, A.M., BOURODIMOS, E.L. *Wave reflection and transmission in channel of gradually varying depth.*
*Hydraulics Lab. Report No 72, Dept. Civil Eng. M.I.T. (1964).*

[40] JARVIS, R.J., TAYLOR, B.S. *The scattering of surface waves by a vertical plane barrier.*
*Proc. Cambridge Phil. Soc. Vol. 66, pp. 417-422 (1969).*

[41] JEFFREYS, H. *Note on the offshore bar problems and reflection from a bar.*
*Gt. Brit. Ministry of Supply, Wave Reporter (1944).*

[42] JOHN, F. *Waves in the presence of an inclined barrier.*
*Comm. Appl. Math. 1, pp. 149-200 (1948).*

[43] JOHN, F. *The action of floating bodies on ocean waves.*
*Annals, New York Academy Sciences, Vol. 51, pp. 351-359 (1949).*

[44] JOHN, F. *On the motion of floating bodies I and II.*
*Comm. Pure Appl. Math. Vol. 2, pp. 13-57 (1949), Vol. 3, pp. 45-100 (1950).*

[45] JOHNSON, J.W., FUCHS, R.A., MORISON, J.R. *The damping action of submerged breakwaters.*
*Trans. Amer. Geophys. Union, 32, 5, pp. 704-718 (1951).*

[46] JOLAS, P. *Passage de la houle sur un seuil.*
*La Houille Blanche, No 2, pp. 148-152 (1960).*

[47] KAJIURA, K. *On the partial reflexion of water waves passing over a bottom of variable depth.*
*Earthquake Research, Univ. Tokio, Japan, (1961).*

[48] KEULEGAN, G.H., CARPENTER, L.H. *Forces on cylinders and plates in a oscillating fluid.*
*J. Research Nat. Bur. Standards, 60, No 5, pp. 423-440 (1958).*

[49] KREISEL, G. *Surface waves.*
*Quart. Appl. Math. 7, pp. 21-44 (1949).*

[50] LAITONE, E., WEHAUSEN, J. *Surface waves.*
*Handb. Phys. Vol. IX, pp. 446-778, Berlin Springer (1960).*

[51] LAMB, H. *Hydrodynamics. 6th ed., Dover Publications New York, pp. (260-273) (1945).*

[52] LEBRETON, J.C., MARGNAC, A. *Calcul des mouvements d'un navire ou d'une plateforme amarrés dans la houle.*
*La Houille Blanche, No 4, pp. 337-344 (1965).*

[53] LEBRETON, J.C. *Quelques aspects sur les problèmes d'interaction entre les écoulements et les structures. Cas des structures en mer.*
*Bulletin D.E.R. Electricité de France, No 1, Série A, pp. 97-134.*

[54] LEBRETON, J.C., CORMAULT, P. *Wave action on slightly immersed structures some theoretical and experimental considerations.*
*Symposium "Research on Wave Action". Proceedings, Vol. 4, Papier 12 A, Delft Hydraulics Lab., Delft, The Netherlands (1969).*

[55] LEWIN, M. *The effect of vertical barriers on progressing waves.*
*J. Math. Phys. U.S.A. Vol. 42, No 4, pp. 287-300 (1963).*

[56] LOCHNER, R., FABER, O., PENNEY, W.G. *The bombardon floating breakwater.*
*Civ. Eng. in War, vol. 2, Docks and Harbours, Inst. Civil Eng., London, pp. 256-290 (1948).*

[57] MAC CAMY, R.C. *Approximate solution to the problem of a freely floating cylinder in surface waves.*
*Wave Research Laboratory, University of California, Berkeley, Report, Series 61, Issue 3 (1953).*

[58] MAC CAMY, R.C. *The motion of a floating sphere in surface waves.*
*Wave Research Laboratory, University of California, Berkeley, Report, Series 61, Issue 4 (1954).*

[59] MAC CAMY, R.C., FUCHS, R.A. *Wave forces on piles : Adiffraction theory,*
*U.S. Army Corps of Engineers, B.E.B., Tech. Memo, No 69, 17 pp. (1954).*

[60] MACAGNO, E.O. *Houle dans un canal présentant un passage en charge.* *La Houille Blanche, No 1, pp. (1954).*

[61] MARKS, W. *A perforated mobile breakwater for fixed and floating application.* *10th Conf. Coast. Eng., Paper 3-13 (1966).*

[62] MEI, C.C. *Radiation and scattering of transient gravity waves by vertical plates.* *Quart. J. Mech. Appl. Math. 19, pp. 417-440 (1966).*

[63] MEI, C.C. *On the weak reflexion of periodic water waves over bottom obstacles.* *M.I.T. Hydrodynamics Laboratory Tech. Rep. No 108 (to be published in J. Engng. Mech. Division Proc. A.S.C.E.).*

[64] MEI, C.C., BLACK, J.L. *Scattering of surface waves by rectangular obstacles in waters of finite depth.* *J. Fluids Mechanics, Vol. 38, part 3, pp. 499-511 (1969).*

[65] MILES, J.W. *Surface wave scattering matrix for a shelf.* *J. Fluid Mech. Vol. 28, part 4, pp. 755-767 (1967).*

[66] MEYER, R. *Symétrie du coefficient (complexe) de transmission des houles à travers un obstacle quelconque.* *La Houille Blanche, No 10, pp. 139-140 (1955).*

[67] MORISON, J.R. *Model study of wave action on underwater barriers.* *Inst. Eng. Res., Univ. Calif. Berkeley, Report HE-116-304 (1949) a.*

[68] MORISON, J.R., JOHNSON, J.W., O'BRIEN, M.P., SCHAAF, S.A. *The forces exerted by surface waves on piles.* *Petroleum trans., Vol. 189, TP 2846, pp. 149-154 (1950).*

[69] NEWMAN, J.N. *The exciting forces on fixed bodies in waves.* *J. Ship Research, Vol. 6, No 3, pp. 10-17 (1962).*

[70] NEWMAN, J.N. *Propagation of water waves over an infinite step.* *J. Fluid Mech. Vol. 23, pp. 399-415 (1965) a.*

[71] NEWMAN, J.N. *Propagation of water waves past long two-dimensional obstacles.* *J. Fluid Mech. Vol. 23, pp. 23-30 (1965) b.*

[72] O'BRIEN, M.P., MORISON, J.R. *The forces exerted by waves on objets.* *Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 33, 1, pp. 32-38 (1952).*

[73] OGILVIE, T.F. *Propagation of waves over an obstacle in water of limite depth.* *Inst. Eng. Research Berkeley, Calif. E.U.A. (1960).*

[74] PAAPE, A., BREUSERS, H.N.C. *The influence of pile dimension on forces exerted by waves.* *Proc. Tenth. Conf. Coastal Engineering, Vol. II, A.S.C.E., pp. 840-847 (1967).*

[75] PIERSON, Jr., W.J., HOLMES, P. *Irregular wave forces on a pile.* *A.S.C.E. J. Waterways Harbour Div., Vol. 91, No WW 4, pp. 1-10 (1965).*

[76] PRIEST, M.S. *Shallow water wave action on vertical cylinder.* *J. Waterways and Harbours.*

[77] RIPKEN, J.F. *An experimental study of flexible floating breakwaters.*
*Tech. paper, No 31, Series B, St. Anthony Falls Hydr. Lab., Univ. Minnesota (1960).*

[78] ROULET, J. *Stockages immergés d'hydrocarbures : Réservoirs en béton précontraint.*
*La Houille Blanche, No 3, pp. 261-266 (1970).*

[79] ROUSEAU, M. *Contribution à la théorie des ondes liquides de gravité en profondeur variable.*
*Publ. Scientifique Tech. Ministère de l'Air, No 275, Paris, (1952).*

[80] SOMMET, J., VIGNAT, Ph. *Complexe wave action on submerged bodies. Symposium "Research on Wave Action".*
*Proceedings, vol. 4, Delft Hydraulics Laboratory, Delft, The Netherlands (1969).*

[81] STOKER, J.J. *Surface waves in water of variable depth.*
*Quart. Appl. Math. 5, pp. 1-54 (1947).*

[82] STOKER, J., FLEISHMAN, B., WELICZKER, L. *Floating breakwaters in shallow water.*
*New York Univ., Inst. Math. Sciences, IMM-NYV- 192 (unpublished) (1953).*

[83] STOKER, J.J. *Water waves.*
*Interscience Publishers, Inc. New York (1957).*

[84] STRAUB, L.G., BOWERS, C.E., TABAPORE, E.S. *Experimental studies of pneumatic and hydraulic breakwaters.*
*Univ. Minnesota, St Anthony Falls Lab., Tech. paper No 25, Series B (1959).*

[85] STRETENSKII, L.N. *Refraction and reflexion of plane waves in liquids at a transition from one depth to another (in Russian).*
*Izv. Akad. Nauk. SSSR, otd, Tekhn. Nauk, p. 1601 (1950).*

[86] STUCKY, A., BONNARD, D. *Contribution to the experimental study of marine rock fill dikes.*
*Bull. Tech. Suisse Romande (1937).*

[87] TAKANO, K. *Effets d'un obstacle parallélépipédique sur la propagation de la houle.*
*La Houille Blanche, No 3, pp. 247-267 (1960).*

[88] TAKANO, K., NAKAZAWA, H. *Effet d'un obstacle de parallélépipède rectangle sur la propagation de la houle.*
*J. Oceanographical Soc. Japan, Vol. 22, pp. 183-191 (1966).*

[89] TAKANO, K. *Effet d'un changement brusque de profondeur sur une houle irrotationnelle.*
*Extrait de la Mer (Bulletin Soc. Franco-Japonaise d'Océanographie), Tome 5, No 2, pp. 6-22 (1967).*

[90] TUCK, E.O. *Transmission of water waves through small apertures.*
*J. Fluid Mech. Vol. 49, part 1, pp. 65-74 (1971).*

[91] URSELL, F. *The effect of a fixed vertical barrier on surface waves in deep water.*
*Proc. Cambridge Phil. Soc., Vol. 43, part 3, pp. 374-382 (1947).*

[92] URSELL, F. *On the heaving motion of a circular cylinder on the surface of a fluid.*
*Quart. J. Mech. Appl. Math. 2, pp. 218-231 (1949).*

[93] URSELL, F. *Surface waves on deep water in the presence of a submerged circular cylinder.*
*I, II. Proc. Cambridge, Phil. Soc. Vol. 46, pp. 141-152, 153-158 (1950).*

[94] URSELL, F. *Short surface waves due to an oscillating immersed body.*
*Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, 220, pp. 90-103 (1953).*

[95] VINJE, J.J. *Increase of effective working-time during operations at sea by means of movable structures.*
*Delft Hydraulics Laboratory Pub. No 42, Ser. 2 (1966).*

[96] VASCO, C.F., FIUZA, P.J. *Modification of the sea bed with a view to concentration and dispersal of sea waves.*
*The Dock and Harbour Authority, pp. 305-306 (1959).*

[97] WIEGEL, R.L., BEEBE, K.E., MOON, J. *Ocean waves forces on circular cylindrical piles.*
*J. Hydr. Div., Proc. A.S.C.E., Vol. 83, No HY 2, Paper No 1199 (1957).*

[98] WIEGEL, R.L. *Transmission of waves past a rigid thin barrier.*
*J. Waterways Harbours, Div. Proc. A.S.C.E., 86, WW 1, Paper 2413 (1960).*

[99] WIEGEL, R.L. *Oceanographic Engineering, Pretince-Hall, Inc., (1964).*

[100] WIEGEL, R.L. *Closely spaced piles as a breakwater.*
*University California, Hydr. Eng. Lab., Wave Research Project, Techn. Report 140-6 (1961).*

[101] WIEGEL, R.L. *Wave Forces.*
*Course for design and analysis of offshore drylling structures, Berkeley (1968).*

[102] WILSON, B.W. *Analysis of wave forces on a 30-inch. diameter pile under confused sea conditions.*
*U.S. Army, Corps of Engineers, Coastal Engineering Research Center, T.M. 15, 183 pp. (1965).*

[103] WILSON, B.W. *Le problème de l'énergie dans l'amarrage des navires exposés à l'action des lames.*
*Bulletin de l'Association Internationale Permanente des Congrès de Navigation, Vol. II (1959).*

[104] WILLIAMS, J.A., WIEGEL, R.L. *Attenuation of wind waves by a hydraulic breakwater.*
*Proc. 8th Conf. Coastal Eng., pp. 500-520, Mexico (1962).*

[105] WITKOWSKA, H., MARCOU, C. *Etude expérimentale des effets d'un changement brusque de profondeur sur le passage d'une houle en canal. Installation et résultats généraux.*
*C.R.A.S., 264, pp. 2588-2591 (1965).*

[106] ZUNDERDORP, H.J. *The influence of wave forces on the design of offshore structures for the oil industry.*
*Symposium "Research on Wave Action". Proceedings, Vol. 4, Delft Hydraulics Laboratory, The Netherlands (1969).*